1. A primeira lei de Kepler demonstrou que os planetas se movem em órbitas elípticas e não circulares. A segunda lei mostrou que os planetas não se movem a uma velocidade constante. É correto afirmar que as leis de Kepler:

a) confirmaram as teorias definidas por Copérnico e são exemplos do modelo científico que passou a vigorar a partir da Alta Idade Média.
b) confirmaram as teorias defendidas por Ptolomeu e permitiram a produção das cartas náuticas usadas no período do descobrimento da América.
c) são a base do modelo planetário geocêntrico e se tornaram as premissas cientificas que vigoram até hoje.
d) forneceram subsídios para demonstrar o modelo planetário heliocêntrico e criticar as posições defendidas pela Igreja naquela época.

2. Dois corpos de massas m_1 e m_2 estão separados por uma distância d e interagem entre si com uma força gravitacional F. Se duplicarmos o valor de m_1 e reduzirmos a distância entre os corpos pela metade, a nova força de interação gravitacional entre eles, em função de F, será:

a) $F/8$
b) $F/4$
c) $4F$
d) $8F$

3. Com base no diálogo entre Jon e Garfield, expresso na tirinha, e nas Leis de Newton para a gravitação universal, assinale a alternativa correta.

(Disponível em: <https://dicasdeciencias.com/2011/03/28/garfield-saca-tudo-de-fisica/>. Acesso em: 27 abr. 2016.)

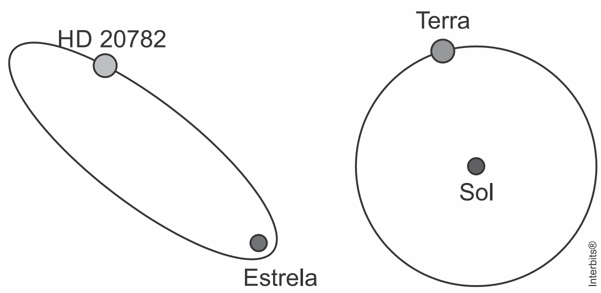
a) Jon quis dizer que Garfield precisa perder massa e não peso, ou seja, Jon tem a mesma ideia de um comerciante que usa uma balança comum.
b) Jon sabe que, quando Garfield sobe em uma balança, ela mede exatamente sua massa com intensidade definida em quilograma-força.
c) Jon percebeu a intenção de Garfield, mas sabe que, devido à constante de gravitação universal "g", o peso do gato será o mesmo em qualquer planeta.
d) Quando Garfield sobe em uma balança, ela mede exatamente seu peso aparente, visto que o ar funciona como um fluido hidrostático.
e) Garfield sabe que, se ele for a um planeta cuja gravidade seja menor, o peso será menor, pois nesse planeta a massa aferida será menor.

4. Considere que um satélite de massa $m = 5{,}0\ \text{kg}$ seja colocado em órbita circular ao redor da Terra, a uma altitude $h = 650\ \text{km}$. Sendo o raio da Terra igual a $6.350\ \text{km}$, sua massa igual a $5{,}98 \cdot 10^{24}\ \text{kg}$ e a constante de gravitação universal $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$, o módulo da quantidade de movimento do satélite, em $\text{kg} \cdot \text{m/s}$, é, aproximadamente, igual a:

a) $7{,}6 \times 10^3$
b) $3{,}8 \times 10^4$
c) $8{,}0 \times 10^4$
d) $2{,}8 \times 10^{11}$

e) $5{,}6 \times 10^{11}$

5. Foi encontrado pelos astrônomos um exoplaneta (planeta que orbita uma estrela que não o Sol) com uma excentricidade muito maior que o normal. A excentricidade revela quão alongada é sua órbita em torno de sua estrela. No caso da Terra, a excentricidade é $0{,}017,$ muito menor que o valor $0{,}96$ desse planeta, que foi chamado HD 20782.
Nas figuras a seguir pode-se comparar as órbitas da Terra e do HD 20782.



Nesse sentido, assinale a correta.
a) As leis de Kepler não se aplicam ao HD 20782 porque sua órbita não é circular como a da Terra.
b) As leis de Newton para a gravitação não se aplicam ao HD 20782 porque sua órbita é muito excêntrica.
c) A força gravitacional entre o planeta HD 20782 e sua estrela é máxima quando ele está passando no afélio.
d) O planeta HD 20782 possui um movimento acelerado quando se movimenta do afélio para o periélio.

6. A NASA vem noticiando a descoberta de novos planetas em nosso sistema solar e, também, fora dele. Independente de estarem mais próximos ou mais afastados de nós, eles devem obedecer às leis da gravitação e da Física. Dessa forma, vamos imaginar um planeta (P) girando em volta de sua estrela $(E),$ ambos com as características apresentadas na tabela abaixo.

Objeto / Característica	Planeta (P)	Estrela (E)
Massa	Dobro da massa da Terra	Dobro da massa do Sol
Raio do objeto	Metade do raio da Terra	Mesmo raio do Sol
Raio da órbita (distância entre os centros de massa)	Triplo do raio da órbita da Terra ao Sol	---

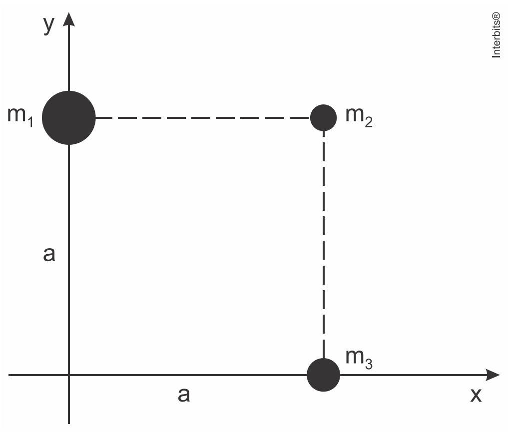
Utilize o que foi exposto acima e os conhecimentos físicos para colocar V quando verdadeiro ou F quando falso nas proposições abaixo.
( ) A gravidade na superfície do planeta P é 8 vezes maior que a gravidade da superfície da Terra.
( ) A força gravitacional entre o planeta P e sua estrela (E) é $4/9$ da força gravitacional entre a Terra e o Sol.
( ) A gravidade na superfície do planeta P é 4 vezes maior que a gravidade da superfície da Terra.
( ) A velocidade orbital (linear) do planeta P em torno da estrela (E) é $\sqrt{\frac{2}{3}}$ da velocidade orbital da Terra em torno do Sol.
( ) A força gravitacional entre o planeta P e sua estrela (E) é maior que a força gravitacional entre a Terra e o Sol.

A sequência correta, de cima para baixo, é:
a) F - F - V - V - V
b) V - V - F - V - F
c) F - V - V - F - F
d) V - F - V - F - V

7. Em 23 de julho de 2015, a NASA, agência espacial americana, divulgou informações sobre a existência de um exoplaneta (planeta que orbita uma estrela que não seja o Sol) com características semelhantes às da Terra. O planeta foi denominado Kepler 452-b. Sua massa foi estimada em cerca de 5 vezes a massa da Terra e seu raio em torno de $1,6$ vezes o raio da Terra. Considerando g o módulo do campo gravitacional na superfície da Terra, o módulo do campo gravitacional na superfície do planeta Kepler 452-b deve ser aproximadamente igual a:
a) $g/2$.
b) g.
c) $2g$.
d) $3g$.
e) $5g$.

8. A Estação Espacial Internacional orbita a Terra em uma altitude h. A aceleração da gravidade terrestre dentro dessa espaçonave é:
Note e adote:
- g_T é a aceleração da gravidade na superfície da Terra.
- R_T é o raio da Terra.
a) nula.
b) $g_T\left(\dfrac{h}{R_T}\right)^2$
c) $g_T\left(\dfrac{R_T-h}{R_T}\right)^2$
d) $g_T\left(\dfrac{R_T}{R_T+h}\right)^2$
e) $g_T\left(\dfrac{R_T-h}{R_T+h}\right)^2$

9. A figura mostra a configuração de três corpos de massas m_1, m_2 e m_3, respectivamente, iguais a $4\,m$, $2\,m$ e $3\,m$, que se encontram localizados em três vértices de um quadrado de lado a.



Com base nessas informações, é correto afirmar que a intensidade da força resultante sobre o corpo de massa m_2 em termos de G, constante da gravitação universal, m e a, é igual a:

a) $10Gm^2/a^2$

b) $8Gm^2/a^2$

c) $6Gm^2/a^2$

d) $4Gm^2/a^2$

e) $2Gm^2/a^2$

10. Em 16 de julho de 2015, a equipe da NASA, responsável pela sonda New Horizons, que tirou fotografias de Plutão, publicou a seguinte mensagem:
Uau! Acabamos de tirar mais de 1200 fotos de Plutão. Vamos tentar ter mais algumas enquanto estamos na vizinhança. #PlutoFlyBy.
Uma das fotografias mostrava uma cadeia de montanhas em sua superfície. Suponha que você é um participante da missão aqui na Terra e precisa auxiliar a equipe no cálculo da massa de Plutão. Assinale a alternativa que oferece o método de estimativa mais preciso na obtenção de sua massa. Para efeitos de simplificação, suponha que Plutão é rochoso, esférico e uniforme.
a) Medir o seu raio e posicionar a sonda em órbita circular, em torno de Plutão, em uma distância orbital conhecida, medindo ainda o período de revolução da sonda.
b) Medir o seu raio e compará-lo com o raio de Júpiter, relacionando, assim, suas massas.
c) Observar a duração do seu ano em torno do Sol, estimando sua massa utilizando a Terceira Lei de Kepler.
d) Medir a distância percorrida pela sonda, da Terra até Plutão, relacionando com o tempo que a luz do Sol leva para chegar a ambos.
e) Utilizar a linha imaginária que liga o centro do Sol ao centro de Plutão, sabendo que ela percorre, em tempos iguais, áreas iguais.

11. Observações astronômicas indicam que no centro de nossa galáxia, a Via Láctea, provavelmente exista um buraco negro cuja massa é igual a milhares de vezes a massa do Sol. Uma técnica simples para estimar a massa desse buraco negro consiste em observar algum objeto que orbite ao seu redor e medir o período de uma rotação completa, T, bem como o raio médio, R, da órbita do objeto, que supostamente se desloca, com boa aproximação, em movimento circular uniforme. Nessa situação, considere que a força resultante, devido ao movimento circular, é igual, em magnitude, à força gravitacional que o buraco negro exerce sobre o objeto.
A partir do conhecimento do período de rotação, da distância média e da constante gravitacional, G, a massa do buraco negro é:

a) $\dfrac{4\pi^2 R^2}{GT^2}$.

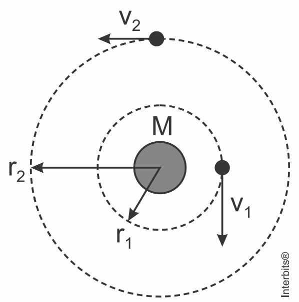
b) $\dfrac{\pi^2 R^3}{2GT^2}$.

c) $\dfrac{2\pi^2 R^3}{GT^2}$.

d) $\dfrac{4\pi^2 R^3}{GT^2}$.

e) $\dfrac{\pi^2 R^5}{GT^2}$.

12. A figura a seguir ilustra dois satélites, 1 e 2, que orbitam um planeta de massa M em trajetórias circulares e concêntricas, de raios r_1 e r_2, respectivamente.



Sabendo que o planeta ocupa o centro das trajetórias e que a distância mínima e máxima entre os satélites durante seu movimento é proporcional à razão $4/5$, é CORRETO afirmar que a razão entre os módulos de suas velocidades tangenciais v_1 / v_2 é igual a:

a) 5
b) 3
c) 2
d) $1/2$
e) $4/5$

13. Muitas teorias sobre o Sistema Solar se sucederam, até que, no século XVI, o polonês Nicolau Copérnico apresentou uma versão revolucionária. Para Copérnico, o Sol, e não a Terra, era o centro do sistema. Atualmente, o modelo aceito para o Sistema Solar é, basicamente, o de Copérnico, feitas as correções propostas pelo alemão Johannes Keppler e por cientistas subsequentes.
Sobre Gravitação e as Leis de Kepler, considere as afirmativas, a seguir, verdadeiras (V) ou falsas (F).
I. Adotando-se o Sol como referencial, todos os planetas movem-se descrevendo órbitas elípticas, tendo o Sol como um dos focos da elipse.
II. O vetor posição do centro de massa de um planeta do Sistema Solar, em relação ao centro de massa do Sol, varre áreas iguais em intervalos de tempo iguais, não importando a posição do planeta em sua órbita.
III. O vetor posição do centro de massa de um planeta do Sistema Solar, em relação ao centro de massa do Sol, varre áreas proporcionais em intervalos de tempo iguais, não importando a posição do planeta em sua órbita.
IV. Para qualquer planeta do Sistema Solar, o quociente do cubo do raio médio da órbita pelo quadrado do período de revolução em torno do Sol é constante.
Assinale a alternativa CORRETA.
a) Todas as afirmativas são verdadeiras.
b) Apenas as afirmativas I, II e III são verdadeiras.
c) Apenas as afirmativas I, II e IV são verdadeiras.
d) Apenas as afirmativas II, III e IV são verdadeiras.
e) Apenas as afirmativas I e II são verdadeiras.

14. Atualmente, um grande número de satélites artificiais gira ao redor da Terra. Alguns são usados para pesquisa científica ou observações dos astros, outros são meteorológicos ou são utilizados nas comunicações, dentre outras finalidades. Esses satélites quegiram ao redor da Terra apresentam velocidades orbitais que dependem da(s)seguinte(s)grandeza(s):
a) Massa do Sol e raio da órbita.
b) Massa do satélite e massa da Terra.
c) Massa da Terra e raio da órbita.
d) Massa do satélite e raio da órbita.
e) Apenas o raio da órbita.

15. Em seu livro O pequeno príncipe, Antoine de Saint-Exupéry imaginou haver vida em certo planeta ideal. Tal planeta teria dimensões curiosas e grandezas gravitacionais inimagináveis na prática. Pesquisas científicas, entretanto, continuam sendo realizadas e não se descarta a possibilidade de haver mais planetas no sistema solar, além dos já conhecidos.

Imagine um hipotético planeta, distante do Sol 10 vezes mais longe do que a Terra se encontra desse astro, com massa 4 vezes maior que a terrestre e raio superficial igual à metade do raio da Terra. Considere a aceleração da gravidade na superfície da Terra expressa por g.

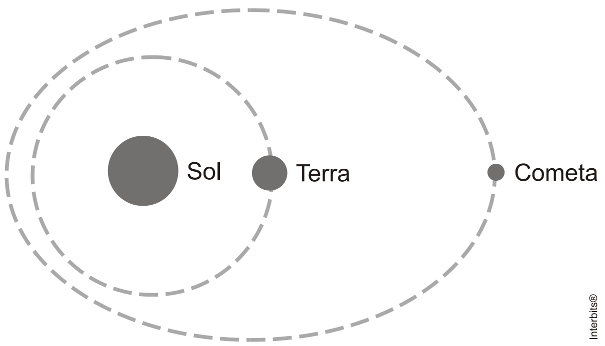
Esse planeta completaria uma volta em torno do Sol em um tempo, expresso em anos terrestres, mais próximo de:

a) 10.
b) 14.
c) 17.
d) 28.
e) 32.

16. Um objeto, de massa m, a uma altura h acima do solo desse planeta, com h muito menor do que o raio superficial do planeta, teria uma energia potencial dada por $m \cdot g \cdot h$ multiplicada pelo fator:

a) 10.
b) 16.
c) 32.
d) 36.
e) 54.

17. Os avanços nas técnicas observacionais têm permitido aos astrônomos rastrear um número crescente de objetos celestes que orbitam o Sol. A figura mostra, em escala arbitrária, as órbitas da Terra e de um cometa (os tamanhos dos corpos não estão em escala). Com base na figura, analise as afirmações:



I. Dada a grande diferença entre as massas do Sol e do cometa, a atração gravitacional exercida pelo cometa sobre o Sol é muito menor que a atração exercida pelo Sol sobre o cometa.
II. O módulo da velocidade do cometa é constante em todos os pontos da órbita.
III. O período de translação do cometa é maior que um ano terrestre.
Está(ão) correta(s):

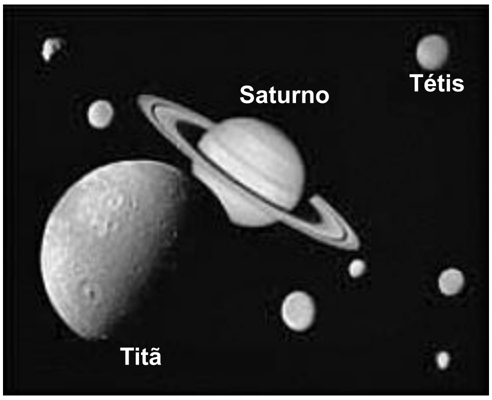
a) apenas I.
b) apenas III.
c) apenas I e II.
d) apenas II e III.
e) I, II e III.

18. Considere dois satélites artificiais S e T em torno da Terra. S descreve uma órbita elíptica com semieixo maior a, e T, uma órbita circular de raio a, com os respectivos vetores posição $\vec{r}_S$ e $\vec{r}_T$ com origem no centro da Terra. É correto afirmar que:

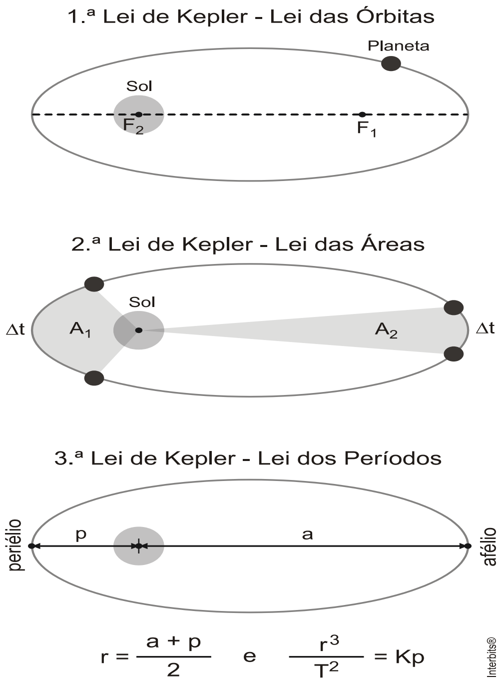
a) para o mesmo intervalo de tempo, a área varrida por $\vec{r}_S$ é igual à varrida por $\vec{r}_T$.
b) para o mesmo intervalo de tempo, a бrea varrida por $\vec{r}_S$ й maior que a varrida por $\vec{r}_T$.
c) o período de translação de S é igual ao de T.

d) o período de translação de S é maior que o de T.
e) se S e T têm a mesma massa, então a energia mecânica de S é maior que a de T.

19. Saturno é o sexto planeta a partir do Sol e o segundo maior, em tamanho, do sistema solar. Hoje, são conhecidos mais de sessenta satélites naturais de Saturno, sendo que o maior deles, Titã, está a uma distância média de 1 200 000 km de Saturno e tem um período de translação de, aproximadamente, 16 dias terrestres ao redor do planeta. Tétis é outro dos maiores satélites de Saturno e está a uma distância média de Saturno de 300.000 km. Considere:



fora de escala
(http://caronteiff.blogspot.com.br. Adaptado.)



O período aproximado de translação de Tétis ao redor de Saturno, em dias terrestres, é:
a) 4.
b) 2.
c) 6.
d) 8.
e) 10.

20. No poema "O que se afasta", o eu poético de Sísifo desce a montanha afirma, por comparação, que as coisas perdem seu peso e gravidade, percepção que está relacionada ao envelhecimento do homem:
"De repente você começa a se despedir
das pessoas, paisagens e objetos
como se um trem
— fosse se afastando (...)".
Aproveitando o ensejo literário, imagine um objeto próximo à superfície da Terra e uma situação hipotética, porém sem abrir mão de seus importantes conhecimentos de Física.
Supondo a possibilidade de haver alteração no raio e/ou na massa da Terra, assinale a opção que traz uma hipótese que justificaria a diminuição do peso desse objeto, que se mantém próximo à superfície do Planeta:
a) diminuição do raio da Terra e manutenção de sua massa.
b) aumento da massa da Terra e manutenção de seu raio.
c) aumento do raio da Terra e diminuição de sua massa, na mesma proporção.
d) diminuição do raio da Terra e aumento de sua massa, na mesma proporção.

21. Após o lançamento do primeiro satélite artificial Sputnik I pela antiga União Soviética (Rússia) em 1957, muita coisa mudou na exploração espacial. Hoje temos uma Estação Espacial internacional (ISS) que orbita a Terra em uma órbita de raio aproximadamente 400km.

A ISS realiza sempre a mesma órbita ao redor da Terra, porém, não passa pelo mesmo ponto fixo na Terra todas as vezes que completa sua trajetória. Isso acontece porque a Terra possui seu movimento de rotação, ou seja, quando a ISS finaliza sua órbita, a Terra girou, posicionando-se em outro local sob a Estação Espacial.
Considere os conhecimentos de gravitação e o exposto acima e assinale a alternativa correta que completa as lacunas das frases a seguir.
A Estação Espacial Internacional ____________ como um satélite geoestacionário. Como está em órbita ao redor da Terra pode-se afirmar que a força gravitacional __________ sobre ela.
a) não se comporta - não age
b) não se comporta - age
c) se comporta - não age
d) se comporta - age

22. As estações do ano devem-se basicamente à inclinação do eixo de rotação da Terra, a qual possui um período de precessão próximo de 26.000 anos. Na época atual, os solstícios ocorrem próximos ao afélio e ao periélio. Dessa maneira, o periélio ocorre no mês de dezembro, quando a distância Terra-Sol é de 145×10^6 km, e a velocidade orbital da Terra é de 30 km/s. Considere que, no afélio, a distância Terra-Sol é de 150×10^6 km. Nesse sentido, a velocidade de translação da Terra no afélio e o momento astronômico que caracteriza o início da respectiva estação do ano devem ser:
a) 28 km/s durante o solstício de verão do hemisfério Norte.
b) 29 km/s durante o solstício de inverno do hemisfério Sul.
c) 29 km/s durante o equinócio de outono do hemisfério Sul.
d) 31 km/s durante o equinócio de primavera do hemisfério Sul.
e) 31 km/s durante o solstício de verão do hemisfério Norte.

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[D]

[Resposta do ponto de vista da disciplina de Física]
As leis de Kepler forneceram subsídios para o modelo heliocêntrico (Sol no centro) contrapondo-se ao sistema geocêntrico (Terra no centro) até, então, defendido pela igreja naquela época.

[Resposta do ponto de vista da disciplina de História]
Somente a alternativa [D] está correta. A questão remete ao Renascimento Científico vinculado ao Renascimento Cultural dos séculos XIV, XV e XVI. O espírito Renascentista é pautado pela investigação, a busca do conhecimento, seja pelo método indutivo vinculado ao Empirismo ou ao pelo método dedutivo associado ao Racionalismo. Questionava-se qualquer tipo de autoridade, sobretudo o poder da Igreja que era ancorada na filosofia grega de Aristóteles. Este pensador defendia uma visão geocêntrica de mundo e teve apoiou de outros estudiosos antigos como Ptolomeu. A Igreja católica no medievo baseou-se no pensamento aristotélico-ptolomaico antigo e também defendeu o geocentrismo. No entanto, alguns estudiosos do Renascimento Científico começaram a questionar esta pseudo-visão. Entre eles estão Copérnico, 1473-1543, que escreveu o livro “Da Revolução Das Esferas Celestes”, em que combateu a tese geocêntrica e defendeu o heliocentrismo e Johannes Kepler, 1571-1630, pensador alemão que formulou três leis importantes para a Revolução Cientifica do século XVII que consolidou o heliocentrismo. Primeira Lei: das órbitas, os planetas giram em órbitas elípticas ao redor do sol. Segunda Lei: das áreas, um planeta girará com maior velocidade quanto mais próximo estiver do sol. Terceira Lei: a relação do cubo da distância média de um planeta ao sol e o quadrado do período da revolução do planeta é uma constante sendo a mesma para todos os planetas.

Resposta da questão 2:
[D]

$$F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

$$F_1 = G\frac{2 \cdot m_1 \cdot m_2}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} \Rightarrow F_1 = G\frac{2 \cdot m_1 \cdot m_2}{\frac{d^2}{4}} \Rightarrow F_1 = G\frac{8 \cdot m_1 \cdot m_2}{d^2} \Rightarrow F_1 = 8 \cdot G\frac{m_1 \cdot m_2}{d^2} \Rightarrow F_1 = 8F$$

Resposta da questão 3:
[A]

Análise das alternativas:

[A] Verdadeira.
[B] Falsa: A balança mede massa em quilogramas. Quilograma-força é uma unidade de força.
[C] Falsa: É a massa do gato que é a mesma em qualquer planeta.
[D] Falsa: As balanças medem massa.
[E] Falsa: Neste caso o peso seria menor pelo fato da gravidade ser menor, mas não alteraria a massa do Garfield.

Resposta da questão 4:
[B]

A velocidade orbital é obtida igualando-se a força centrípeta e a força gravitacional:

$$m \cdot \frac{v^2}{R} = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}}$$

A intensidade da quantidade de movimento linear é dada por:

$$Q = m \cdot v \Rightarrow Q = m \cdot \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}}$$

$$Q = 5\ \text{kg} \cdot \sqrt{\frac{6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2 \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}{(650.000\ \text{m} + 6.350.000\ \text{m})}}$$

$$Q = 37.742{,}8\ \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cong 3{,}8 \cdot 10^4\ \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Resposta da questão 5:
[D]

O periélio é a região da órbita mais próxima da estrela sendo o local onde a força gravitacional é maior, portanto o planeta acelera do afélio (ponto mais afastado da estrela) ao periélio.

Resposta da questão 6:
[B]

Verdadeira. Fazendo a razão entre as forças gravitacionais colocando os dados em função da Terra, temos:

$$\frac{F_P}{F_T} = \frac{\dfrac{2M_T}{(0{,}5R_T)^2}}{\dfrac{M_T}{(R_T)^2}} \Rightarrow \frac{F_P}{F_T} = 8$$

Verdadeira. Fazendo a razão entre as forças gravitacionais dos planetas e suas estrelas usando a referência da Terra:

$$\frac{F_{PE}}{F_{TS}} = \frac{\dfrac{2M_S \cdot 2M_T}{(3R)^2}}{\dfrac{M_S \cdot M_T}{(R)^2}} \Rightarrow \frac{F_{PE}}{F_{TS}} = \frac{4}{9}$$

Falsa. Na primeira afirmativa já calculamos esta razão.

Verdadeira. A velocidade orbital quando aproximada a uma trajetória circular nos fornece a seguinte expressão:

$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}}$, onde G é a constante de gravitação universal, M é a massa da estrela, R é a distância entre os centros de massa e v é a velocidade orbital.

Logo, fazendo a razão entre as velocidades orbitais da Terra e do planeta P, temos:

$$\frac{v_P}{v_T} = \sqrt{\frac{2M_S / 3R}{M_S / R}} \therefore \frac{v_P}{v_T} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

Falsa. Na segunda afirmativa foi determinado.

Resposta da questão 7:
[C]

Na superfície do planeta, o módulo do campo gravitacional é diretamente proporcional a sua massa e inversamente proporcional ao quadrado de seu raio, então em relação à Terra:

$$\frac{g_K}{g_T} = \frac{G \cdot 5M_T / (1{,}6R_T)^2}{G \cdot M_T / (R_T)^2} \Rightarrow \frac{g_K}{g_T} = \frac{5}{1{,}6^2} \therefore g_K \cong 2g_T$$

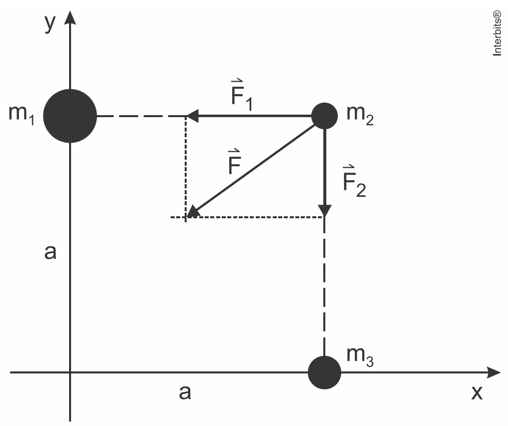
Portanto, a aceleração gravitacional do planeta Kepler 452-b é aproximadamente o dobro em relação ao da Terra.

Resposta da questão 8:
[D]

$$\left\{\begin{array}{l}\text{Na superfície: } g_T = \dfrac{G\,M}{R_T^2} \\ \text{Na espaçonave: } g = \dfrac{G\,M}{\left(R_T + h\right)^2}\end{array}\right\rangle \div \Rightarrow \frac{g}{g_T} = \frac{G\,M}{\left(R_T + h\right)^2} \times \frac{R_T^2}{G\,M} \Rightarrow \boxed{g = g_T \left(\frac{R_T}{R_T + h}\right)^2.}$$

Resposta da questão 9:
[A]

A figura mostra as forças gravitacionais atuantes no corpo de massa m_2 bem como a resultante dessas forças:



Calculando as intensidades dessas forças pela Lei de Newton da Gravitação:

$$F = \frac{GMm}{d^2} \quad \left\{\begin{array}{l} F_1 = \dfrac{G(4m)(2m)}{a^2} = \dfrac{8Gm^2}{a^2}. \\ F_2 = \dfrac{G(3m)(2m)}{a^2} = \dfrac{6Gm^2}{a^2}. \end{array}\right\rangle \Rightarrow F^2 = F_1^2 + F_2^2 = \frac{64G^2m^4}{a^4} + \frac{36G^2m^4}{a^4} \Rightarrow$$

$$F = \sqrt{\frac{100G^2m^4}{a^4}} \Rightarrow \boxed{F = \frac{10Gm^2}{a^2}.}$$

Resposta da questão 10:
[A]

Para estimarmos a massa de Plutão, devemos utilizar a Lei da Gravitação Universal de Newton e o seu Princípio Fundamental da Dinâmica aplicada ao movimento circular uniforme do satélite;

$F = ma \ (1)$

$$F = \frac{G\,M\,m}{r^2} \ (2)$$

Para o MCU, a aceleração é centrípeta:

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(2\pi r / T)^2}{r} \therefore a = \frac{4\pi^2 r}{T^2} (3)$$

Substituindo (3) em (1) e igualando a (2), temos:

$$\frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{G\,M}{r^2}$$

Isolando a massa de Plutão:

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$$

Com isso, para determinar a massa de um planeta, precisamos apenas da distância entre o satélite e o planeta para uma órbita circular, em MCU e o período de cada volta completa. Portanto, a resposta correta é da alternativa [A].

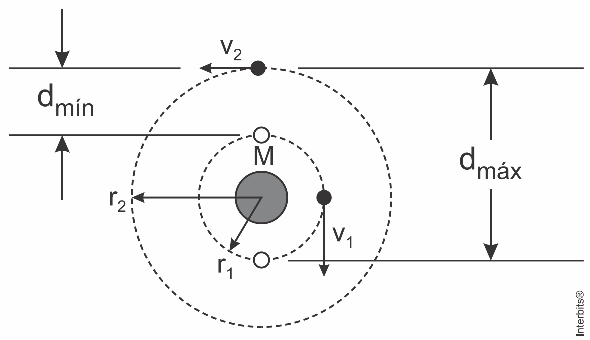
Resposta da questão 11:
[D]

A força gravitacional age como resultante centrípeta. Seja M a massa do buraco negro e m massa do objeto orbitante. Combinando a lei de Newton da gravitação com a expressão da velocidade para o movimento circular uniforme, vem:

$$\left\{\begin{array}{l} v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{2\pi R}{T} \\ \frac{GM\cancel{m}}{R^{\cancel{2}}} = \frac{\cancel{m}\,v^2}{\cancel{R}} \Rightarrow M = \frac{R}{G} v^2 \end{array}\right\rangle \Rightarrow M = \frac{R}{G}\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2 = \frac{R}{G}\,\frac{4\pi^2 R^2}{T^2} \Rightarrow \boxed{M = \frac{4\pi^2 R^3}{GT^2}.}$$

Resposta da questão 12:
[B]

A partir da figura abaixo, temos:



$$\frac{d_{mín}}{d_{máx}} = \frac{r_2 - r_1}{r_2 + r_1} = \frac{4}{5}$$

De onde vem:

$$5 \cdot (r_2 - r_1) = 4 \cdot (r_2 + r_1)$$

$$r_2 = 9 \cdot r_1 \ (1)$$

Como a força resultante em movimentos curvilíneos é igual á força centrípeta e esta representa a força gravitacional:

$F_c = F_g$

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} \quad (2)$$

Fazendo a razão v_1 / v_2 :

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{\frac{G \cdot M}{r_1}}}{\sqrt{\frac{G \cdot M}{r_2}}} = \sqrt{\frac{r_2}{r_1}}$$

Substituindo a equação (1)

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{9 \cdot r_1}{r_1}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{9} = 3$$

Resposta da questão 13:
[C]

A afirmativa [III] viola a segunda lei de Kepler (ou lei das áreas), onde o vetor posição do centro de massa de um planeta do Sistema Solar, em relação ao centro de massa do Sol, varre áreas iguais em intervalos de tempo iguais, não importando a posição do planeta em sua órbita.

Resposta da questão 14:
[C]

O movimento de satélites pode ser considerado um movimento circular uniforme e a velocidade orbital desses objetos pode ser obtida igualando as forças existentes. No caso, a força centrípeta e a força gravitacional.

$F_c = F_g$

$$\frac{m \cdot v^2}{R} = G\frac{M \cdot m}{R^2}$$

Explicitando a velocidade e fazendo as simplificações:

$$v = \sqrt{G\frac{M}{R}}$$

Então a velocidade depende da massa da Terra e do raio da órbita.

Resposta da questão 15:
[E]

Sabendo que:

$$\begin{cases} Rx = 10 \cdot R_T \\ T_T = 1\,\text{ano} \\ T_x = ? \end{cases}$$

Utilizando a 3ª Lei de Kepler:

$$\frac{R_x^3}{T_x^2} = \frac{R_T^3}{T_T^2}$$

$$\frac{(10 \cdot R_T)^3}{T_x^2} = \frac{R_T^3}{1^2}$$

$$\frac{1000}{T_x^2} = 1$$

$$T_x^2 = 1000$$

$$T_x = \sqrt{1000}$$

$$T_x \cong 32 \text{ anos}$$

Resposta da questão 16:
[B]

Sabendo que,

$$g_p = \frac{G \cdot M_p}{R_p^2} \quad (1)$$

E que do enunciado tem-se que,

$$\begin{cases} M_p = 4 \cdot M_T \\ R_p = \frac{1}{2} \cdot R_T \end{cases} \quad (2)$$

Logo, fazendo a substituição de (2) em (1),

$$g_p = \frac{G \cdot (4 \cdot M_T)}{\left(\frac{1}{2} \cdot R_T\right)^2} = \frac{4 \cdot G \cdot M_T}{\frac{1}{4} \cdot R_T^2} = 16 \cdot \frac{G \cdot M_T}{R_T^2}$$

Assim,

$$g_p = 16 \cdot g$$

Calculando a energia potencial do planeta,

$$E_{p_{planeta}} = m \cdot g_p \cdot h = m \cdot (16 \cdot g) \cdot h$$

$$E_{p_{planeta}} = 16 \cdot m \cdot g \cdot h$$

Assim, o fator pedido na questão é 16.

Resposta da questão 17:
[B]

[I] INCORRETA. Pelo Princípio da Ação-Reação, essas forças têm a mesma intensidade.
[II] INCORRETA. De acordo com a 2ª Lei de Kepler, se a trajetória do cometa é elíptica, seu movimento é acelerado quando ele se aproxima do Sol e, retardado, quando se afasta.
[III] CORRETA. A 3ª Lei de Kepler garante que corpos mais afastados do Sol têm maior período de translação.

Resposta da questão 18:
[C]

De acordo com a 3ª lei de Kepler, para todos os planetas de um mesmo sistema solar, ou para todos os satélites de um mesmo planeta, a relação entre o período de translação (T) e raio médio da órbita (r_m) é dada pela expressão:

$\frac{T^2}{r_m^3} = k$ (constante), sendo r_m igual à medida do semieixo maior para órbitas elípticas, e, igual ao raio, para órbitas circulares. Assim, como o semieixo maior da órbita de S é igual ao raio da órbita de T, os dois satélites têm o mesmo período de translação.

Resposta da questão 19:
[B]

Dados: $r_1 = 1.200.000\,km = 12 \times 10^5\,km;\ r_2 = 300.000\,km = 3 \times 10^5\,km; T_1 = 16\,dias.$
Aplicando a Terceira Lei de Kepler:

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{T_2}{16}\right)^2 = \left(\frac{3 \times 10^5}{12 \times 10^5}\right)^3 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{T_2^2}{256} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 \quad \Rightarrow \quad T_2^2 = \frac{256}{64} = 4 \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{T_2 = 2 \text{ dias.}}$$

Resposta da questão 20:
[C]

Para diminuir o peso desse objeto, deveríamos diminuir o campo gravitacional terrestre (g). Analisando a expressão, vejamos o que aconteceria se aumentássemos o raio e diminuíssemos a massa na mesma proporção. Sendo k esse fator, temos:

$$\left.\begin{cases} g = \dfrac{G\,M}{R^2} \\ g' = \dfrac{G\left(\dfrac{M}{k}\right)}{(k\,R)^2} \quad \Rightarrow \quad g' = \dfrac{G\,M}{k^3\,R^2} \end{cases}\right\rangle \Rightarrow \quad \frac{g'}{g} = \frac{G\,M}{k^3\,R^2} \cdot \frac{R^2}{G\,M} \quad \Rightarrow \quad g' = \frac{g}{k^3}$$

O peso diminuiria, ficando dividido pelo cubo desse fator.

Resposta da questão 21:
[B]

Se a Estação Espacial Internacional não está fixa sobre um mesmo ponto da Terra ela <u>não se comporta</u> como geoestacionário. Se ela está em órbita, a força gravitacional <u>age</u> sobre ela

Resposta da questão 22:
[B]

<u>1ª Solução</u>
Dados: $r_A = 150 \times 10^6$ km; $r_P = 145 \times 10^6$ km; $v_P = 30$ km/s.

O momento angular ($\vec{L}$) de uma partícula de massa m que gira em torno de um ponto de referência com velocidade linear $\vec{v}$ e raio $\vec{r}$, é dado pelo produto vetorial do raio ($\vec{r}$) pelo momento linear ($\vec{p}$). Ou seja:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad \Rightarrow \quad \vec{L} = \vec{r} \times m\,\vec{v} \quad \Rightarrow \quad L = r\,m\,v\,\operatorname{sen}\theta.$$

O ângulo θ é medido entre os vetores $\vec{r}$ e $\vec{v}$.

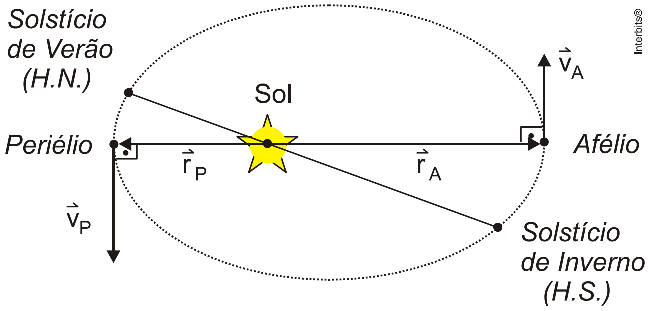
Como o torque de forças externas é nulo, ocorre conservação do momento angular ($\vec{L}$). Assim, o momento angular do sistema Sol-Terra é constante.

$$L_A = L_P \Rightarrow r_A\ m\ v_A\ \text{sen}\ 90° = r_P\ m\ v_P\ \text{sen}\ 90° \Rightarrow$$

$$v_A = \frac{r_P\ v_P}{r_A} = \frac{145 \times 10^6 \cdot 30}{150 \times 10^6} = \frac{145}{5} \Rightarrow$$

$$v_A = 29\ \text{km/s}.$$

A figura mostra que a passagem no afélio caracteriza o solstício de inverno no Hemisfério Sul.

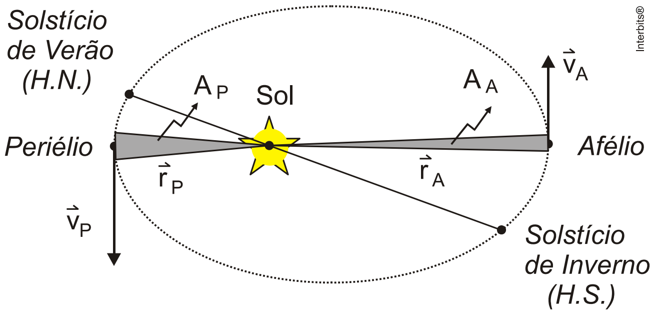


<u>2ª Solução</u>

Dados: $r_A = 150 \times 10^6$ km; $r_P = 145 \times 10^6$ km; $v_P = 30$ km/s.

Podemos considerar um mesmo intervalo de tempo bem pequeno na passagem da Terra pelo periélio e pelo afélio. Assim, os arcos descritos $(\Delta S_A \text{ e } \Delta S_P)$ podem ser aproximados por segmentos de reta.

Pela segunda lei de Kepler, as duas áreas triangulares demarcadas (A_A e A_P), mostradas na figura, são iguais, de alturas aproximadamente iguais aos próprios raios.



Aplicando, então, essa segunda lei e dividindo membro a membro por Δt:

$$A_A = A_P \Rightarrow \Delta S_A\ r_A = \Delta S_P\ r_P \Rightarrow \frac{\Delta S_A}{\Delta t} r_A = \frac{\Delta S_P}{\Delta t} r_P \Rightarrow v_A\ r_A = v_P\ r_P \Rightarrow$$

$$v_A = \frac{v_P\ r_P}{r_A} = \frac{30 \cdot 145 \times 10^6}{150 \times 10^6} = \frac{145}{5} \Rightarrow$$

$$v_A = 29\ \text{km/s}.$$

A figura mostra que a passagem no afélio caracteriza o solstício de inverno no Hemisfério Sul.