

# Tópico 5

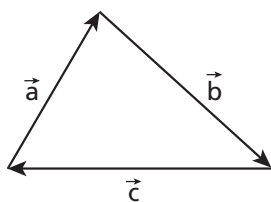
**1** A respeito das grandezas físicas escalares e vetoriais, analise as proposições a seguir:

- (01) As escalares ficam perfeitamente definidas, mediante um valor numérico acompanhado da respectiva unidade de medida.
- (02) As vetoriais, além de exigirem na sua definição um valor numérico, denominado módulo ou intensidade, acompanhado da respectiva unidade de medida, requerem, ainda, uma direção e um sentido.
- (04) Comprimento, área, volume, tempo e massa são grandezas escalares.
- (08) Deslocamento, velocidade, aceleração e força são grandezas vetoriais.

Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

**Resposta:** 15

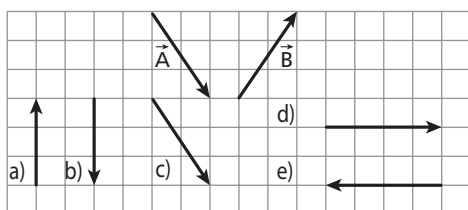
**2** Na figura, temos três vetores coplanares formando uma linha poligonal fechada. A respeito, vale a relação:



- a)  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ .
- b)  $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$ .
- c)  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ .
- d)  $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c} = \vec{0}$ .
- e)  $\vec{a} = \vec{b} - \vec{c}$ .

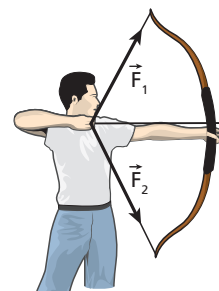
**Resposta:** c

**3** Dados os vetores  $\vec{A}$  e  $\vec{B}$ , a melhor representação para o vetor  $\vec{A} + \vec{B}$  é:



**Resposta:** d

**4** (PUC-SP – mod.) Numa competição de arco-e-flecha, o que faz a flecha atingir altas velocidades é a ação da força resultante  $\vec{R}$ , obtida por meio da soma vetorial entre as forças  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$  exercidas pelo fio impulsor. A figura que melhor representa a resultante  $\vec{R}$  é:



- a)  $\vec{R}$  pointing vertically down.
- b)  $\vec{R}$  pointing horizontally to the right.
- c)  $\vec{R}$  pointing diagonally down and to the right.
- d)  $\vec{R}$  pointing vertically up.
- e)  $\vec{R}$  pointing diagonally up and to the right.

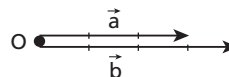
**Resposta:** b

**5 E.R.** Num plano  $\alpha$ , temos dois vetores  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  de mesma origem formando um ângulo  $\theta$ . Se os módulos de  $\vec{a}$  e de  $\vec{b}$  são, respectivamente, iguais a 3 u e 4 u, determine o módulo do vetor soma em cada um dos casos seguintes:

- a)  $\theta = 0^\circ$ ;
- b)  $\theta = 90^\circ$ ;
- c)  $\theta = 180^\circ$ ;
- d)  $\theta = 60^\circ$ .

**Resolução:**

a) Se o ângulo formado pelos vetores é  $0^\circ$ , eles possuem a mesma direção e o mesmo sentido:



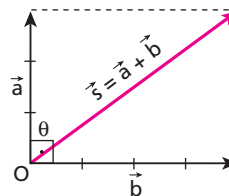
Sendo  $s$  o módulo do vetor soma, temos:

$$s = a + b \Rightarrow s = 3 + 4$$

$$s = 7u$$

b) Se  $\theta = 90^\circ$ , podemos calcular o módulo  $s$  do vetor soma aplicando o

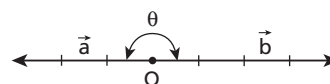
**Teorema de Pitágoras:**



$$s^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow s^2 = 3^2 + 4^2$$

$$s = 5u$$

c) Se o ângulo formado pelos vetores é  $180^\circ$ , eles possuem a mesma direção e sentidos opostos:

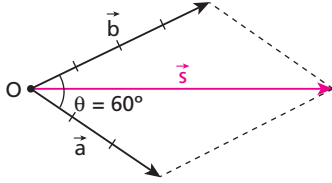


O módulo  $s$  do vetor soma fica determinado por:

$$s = b - a \Rightarrow s = 4 - 3$$

$$s = 1 \text{ u}$$

d) Para  $\theta = 60^\circ$ , aplicando a **Lei dos cossenos**, obtemos:



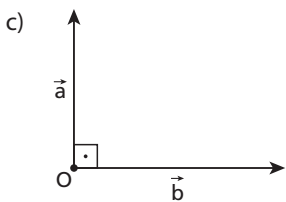
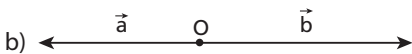
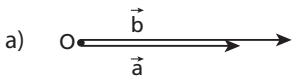
$$s^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta$$

$$s^2 = 3^2 + 4^2 + 2(3)(4) \cos 60^\circ$$

$$s^2 = 9 + 16 + 24 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow s^2 = 37$$

$$s \approx 6 \text{ u}$$

**6** Determine o módulo do vetor soma de  $\vec{a}$  ( $a = 60 \text{ u}$ ) com  $\vec{b}$  ( $b = 80 \text{ u}$ ) em cada caso:



**Resolução:**

a)  $s = b + a \Rightarrow s = 80 + 60$

$$s = 140 \text{ u}$$

b)  $s = b - a \Rightarrow s = 80 - 60$

$$s = 20 \text{ u}$$

c)  $s^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow s^2 = (60)^2 + (80)^2$

$$s = 100 \text{ u}$$

**Respostas:** a) 140 u; b) 20 u; c) 100 u

**7** Considere dois vetores,  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ , de módulos respectivamente iguais a 10 unidades e 15 unidades. Qual o intervalo de valores admissíveis para o módulo do vetor  $\vec{s}$ , soma de  $\vec{u}$  com  $\vec{v}$ ?

**Resolução:**

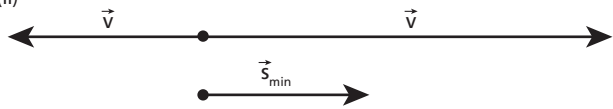
(I)



$$s_{\text{máx}} = v + u \Rightarrow s_{\text{máx}} = 15 + 10$$

$$s_{\text{máx}} = 25 \text{ u}$$

(II)



$$s_{\text{mín}} = v - u \Rightarrow s_{\text{mín}} = 15 - 10$$

$$s_{\text{mín}} = 5 \text{ u}$$

(III)  $5 \text{ u} \leq s \leq 25 \text{ u}$

**Respostas:** 5 unidades  $\leq s \leq$  25 unidades

**8** Dois vetores  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ , de mesma origem, formam entre si um ângulo  $\theta = 60^\circ$ . Se os módulos desses vetores são  $a = 7 \text{ u}$  e  $b = 8 \text{ u}$ , qual o módulo do vetor soma?

**Resolução:**

Lei dos cossenos:

$$s^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos \theta$$

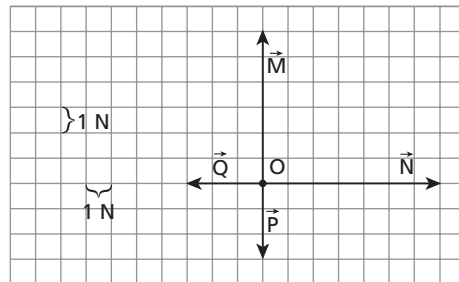
$$s^2 = (7)^2 + (8)^2 + 2 \cdot 7 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ$$

$$s^2 = 49 + 64 + 112 \cdot \frac{1}{2}$$

$$s^2 = 169 \Rightarrow s = 13 \text{ u}$$

**Resposta:** 13 u

**9** (UFRN) Qual é o módulo da resultante das forças coplanares  $\vec{M}$ ,  $\vec{N}$ ,  $\vec{P}$  e  $\vec{Q}$  aplicadas ao ponto  $O$ , como se mostra na figura abaixo?



**Resolução:**

(I) Na direção de  $\vec{N}$  e  $\vec{Q}$ :

$$R_x = N - Q \Rightarrow R_x = 7 - 3$$

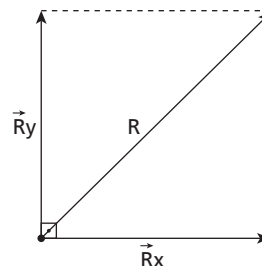
$$R_x = 4 \text{ newtons}$$

(II) Na direção de  $\vec{M}$  e  $\vec{P}$ :

$$R_y = M - P \Rightarrow R_y = 6 - 3$$

$$R_y = 3 \text{ newtons}$$

(III)



Teorema de Pitágoras:

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2$$

$$R^2 = (4)^2 + (3)^2$$

$$R = 5 \text{ N}$$

Resposta: 5 N

**10** Considere as grandezas físicas relacionadas a seguir, acompanhadas de um código numérico:

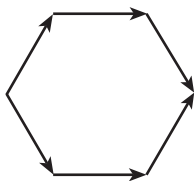
- |               |                  |
|---------------|------------------|
| Energia (1)   | Aceleração (5)   |
| Massa (2)     | Deslocamento (6) |
| Força (3)     | Tempo (7)        |
| Densidade (4) | Velocidade (8)   |

Escrevendo em ordem crescente os códigos associados às **grandezas escalares** e os códigos associados às **grandezas vetoriais**, obtemos dois números com quatro algarismos cada um. Determine:

- a) o número correspondente às **grandezas escalares**;
- b) o número correspondente às **grandezas vetoriais**.

Respostas: a) 1 247; b) 3 568

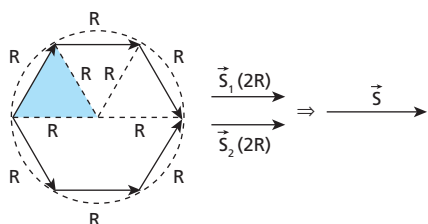
**11** (Mack-SP) Com seis vetores de módulos iguais a  $8 \text{ u}$ , construiu-se o hexágono regular ao lado. O módulo do vetor resultante desses seis vetores é:



- a) zero.
- b) 16 u.
- c) 24 u.
- d) 32 u.
- e) 40 u.

**Resolução:**

Um hexágono regular inscrito em uma circunferência de raio  $R$  tem lados de comprimento  $R$ . Por isso, o triângulo destacado é **equilátero**.

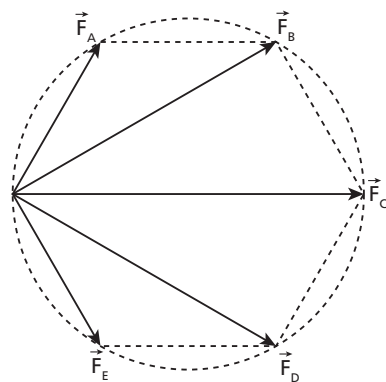


$$S = S_1 + S_2 \Rightarrow S = 2R + 2R \Rightarrow S = 4R$$

$$S = 4 \cdot 8u \Rightarrow S = 32 \text{ u}$$

Resposta: d

**12** (Mack-SP) A figura mostra 5 forças representadas por vetores de origem comum, dirigindo-se aos vértices de um hexágono regular. Sendo  $10 \text{ N}$  o módulo da força  $\vec{F}_C$ , a intensidade da resultante dessas 5 forças é:



- a) 50 N.
- b) 45 N.
- c) 40 N.
- d) 35 N.
- e) 30 N.

**Resolução:**

- (I)  $\vec{F}_B + \vec{F}_E = \vec{F}_C$
- (II)  $\vec{F}_D + \vec{F}_A = \vec{F}_C$
- (III) Sendo  $\vec{R}$  a resultante das cinco forças, tem-se:

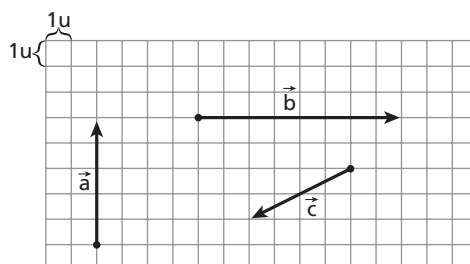
$$\vec{R} = \vec{F}_C + \vec{F}_C + \vec{F}_C \Rightarrow \vec{R} = 3\vec{F}_C$$

$$|\vec{R}| = 3|\vec{F}_C| \Rightarrow |\vec{R}| = 3 \cdot 10 (\text{N})$$

$$|\vec{R}| = 30 \text{ N}$$

Resposta: e

**13 E.R.** No plano quadriculado a seguir, temos três vetores,  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  e  $\vec{c}$ :

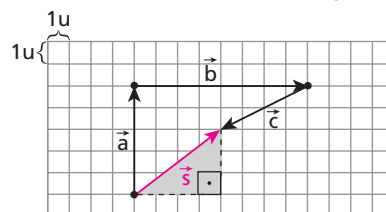


Qual é o módulo do vetor resultante da soma desses vetores?

**Resolução:**

Inicialmente, devemos trasladar os vetores, de modo que a origem de um coincida com a extremidade do outro, tomando cuidado para manter as características (direção, sentido e módulo) de cada vetor sem alteração.

O vetor resultante é aquele que fecha a linha poligonal.

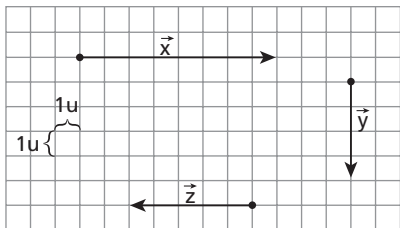


Observe que o vetor resultante é a hipotenusa de um triângulo retângulo de catetos  $3 \text{ u}$  e  $4 \text{ u}$ . Aplicando o Teorema de Pitágoras, temos:

$$s^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow s^2 = 9 + 16 \Rightarrow s^2 = 25$$

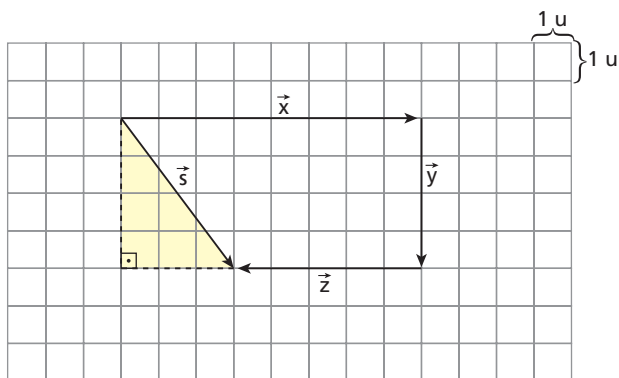
$$s = 5 \text{ u}$$

**14** No plano quadriculado abaixo, estão representados três vetores:  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  e  $\vec{z}$ .



Determine o módulo do vetor soma  $\vec{s} = \vec{x} + \vec{y} + \vec{z}$ .

**Resolução:**

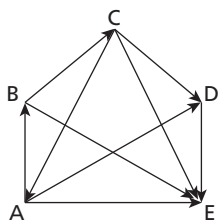


Aplicando-se o **Teorema de Pitágoras** no triângulo destacado, vem:

$$s^2 = 3^2 + 3^2 \Rightarrow s = 5u$$

**Resposta:** 5 u

**15** (Mack-SP) O vetor resultante da soma de  $\vec{AB}$ ,  $\vec{BE}$  e  $\vec{CA}$  é:



- a)  $\vec{AE}$ .
- b)  $\vec{AD}$ .
- c)  $\vec{CD}$ .
- d)  $\vec{CE}$ .
- e)  $\vec{BC}$ .

**Resolução:**

(I)  $\vec{AB} + \vec{BE} = \vec{AE}$

(II)  $\vec{CA} + \vec{AE} = \vec{CE}$

(III) Logo:

$$\vec{AB} + \vec{BE} + \vec{CA} = \vec{CE}$$

**Resposta:** d

**16** Considere duas forças  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$  de intensidades respectivamente iguais a 18 N e 12 N, aplicadas em uma partícula P. A resultante  $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$  **não poderá** ter intensidade igual a:

- a) 30 N.
- b) 18 N.
- c) 12 N.
- d) 6,0 N.
- e) 3,0 N.

**Resolução:**

(I)  $R_{\text{máx}} = F_1 + F_2$   
 $R_{\text{máx}} = 18 + 12 \text{ (N)}$

$$R_{\text{máx}} = 30 \text{ N}$$

(II)  $R_{\text{min}} = F_1 - F_2$   
 $R_{\text{min}} = 18 - 12$

$$R_{\text{min}} = 6,0 \text{ N}$$

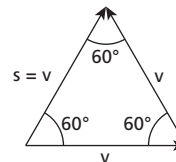
(III)  $6,0 \text{ N} \leq R \leq 30 \text{ N}$

**Resposta:** e

**17** Suponha dois vetores de mesmo módulo  $v$ . A respeito da soma desses vetores, podemos afirmar que:

- a) pode ter módulo  $v\sqrt{10}$ ;
- b) pode ter módulo  $v$ ;
- c) tem módulo  $2v$ ;
- d) é nula;
- e) tem módulo  $v\sqrt{2}$ .

**Resolução:**



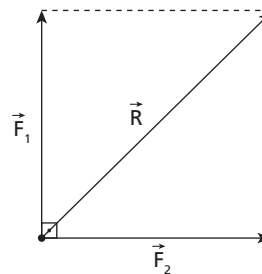
$$0 \leq s \leq 2v$$

A soma terá módulo  $v$ , no caso particular de os dois vetores formarem entre si um ângulo de  $60^\circ$ , conforme representa a figura acima.

**Resposta:** b

**18** (Faap-SP) A intensidade da resultante entre duas forças concorrentes, perpendiculares entre si, é de 75 N. Sendo a intensidade de uma das forças igual a 60 N, calcule a intensidade da outra.

**Resolução:**



Sendo  $F_1 = 60 \text{ N}$  e  $R = 75 \text{ N}$ , aplicando-se o Teorema de Pitágoras, vem:

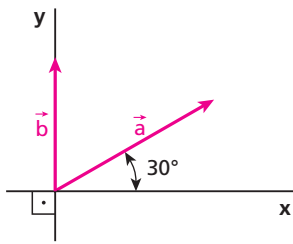
$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 \Rightarrow (75)^2 = (60)^2 + F_2^2$$

$$F_2 = 45 \text{ N}$$

**Resposta:** 45 N

**19** Os vetores  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  da figura a seguir têm módulos respectivamente iguais a 24 u e 21 u. Qual o módulo do vetor soma  $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$ ?

**Dado:**  $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = 0,50$



**Resolução:**

**Lei dos cossenos:**

$$s^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos 60^\circ$$

$$s^2 = (24)^2 + (21)^2 + 2 \cdot 24 \cdot 21 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$s = 39 \text{ u}$$

**Resposta:** 39 u

**20** A soma de dois vetores perpendiculares entre si tem módulo igual a  $\sqrt{20}$ . Se o módulo de um deles é o dobro do módulo do outro, qual é o módulo do maior?

**Resolução:**

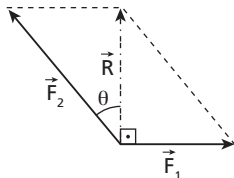
$$R^2 = v_1^2 + v_2^2 \Rightarrow (\sqrt{20})^2 = x^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2$$

$$20 = x^2 + \frac{x^2}{4} \Rightarrow \frac{5x^2}{4} = 20 \Rightarrow x = 4$$

**Resposta:** 4

**21** Duas forças  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$  estão aplicadas sobre uma partícula, de modo que a força resultante é perpendicular a  $\vec{F}_1$ . Se  $|\vec{F}_1| = x$  e  $|\vec{F}_2| = 2x$ , qual o ângulo entre  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$ ?

**Resolução:**



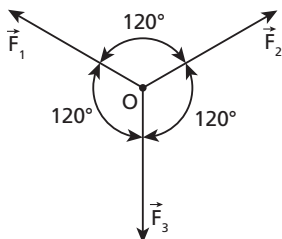
$$\text{sen } \theta = \frac{F_1}{F_2} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \theta = 30^\circ$$

$$\alpha = \theta + 90^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ + 90^\circ \Rightarrow \alpha = 120^\circ$$

**Resposta:** 120°

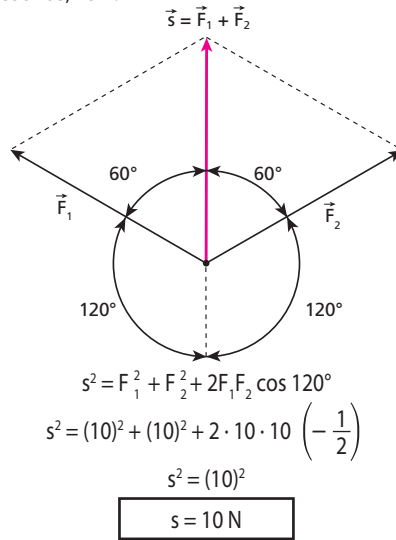
**22 E.R.** Três forças  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  e  $\vec{F}_3$ , contidas em um mesmo plano, estão aplicadas em uma partícula O, conforme ilustra a figura.  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$  têm módulos iguais a 10 N.



Qual deve ser o módulo de  $\vec{F}_3$  para que a soma  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ :  
 a) tenha módulo nulo?  
 b) tenha módulo 5,0 N estando dirigida para baixo?

**Resolução:**

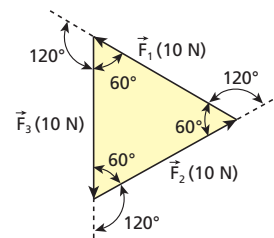
Inicialmente, vamos calcular o módulo da soma  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ . Aplicando a **Lei dos cossenos**, vem:



$\vec{F}_3$  tem a mesma direção de  $\vec{s} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ , porém sentido oposto, logo:

a)  $F_3 - s = 0 \Rightarrow F_3 - 10 = 0$

$$F_3 = 10 \text{ N}$$

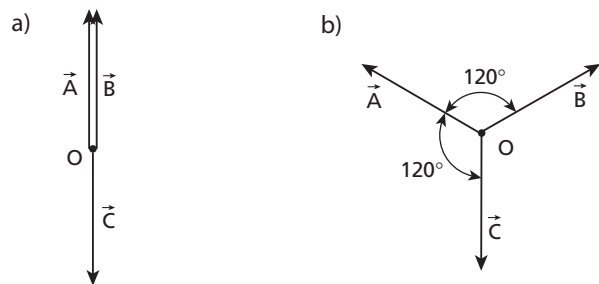


Nesse caso, a linha poligonal de  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  e  $\vec{F}_3$  forma um **triângulo equilátero**, conforme ilustra a figura acima.

b)  $F_3 - s = 5,0 \Rightarrow F_3 - 10 = 5,0$

$$F_3 = 15 \text{ N}$$

**23** Considere três vetores coplanares  $\vec{A}, \vec{B}$  e  $\vec{C}$ , de módulos iguais a  $x$  e com origens coincidentes num ponto O. Calcule o módulo do vetor resultante da soma  $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$  nos dois casos esquematizados abaixo:



**Dado:**  $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$

**Resolução:**

a)  $R = 2x - x \Rightarrow R = x$

b)  $R_{AB} = x^2 + x^2 + 2x \cdot x \cdot \cos 120^\circ$

$R_{AB} = 2x^2 + 2x^2 \left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow R_{AB} = x$

$\vec{R}_{AB}$  tem a mesma direção de  $\vec{C}$ , porém sentido oposto, logo:

$R = x - x \Rightarrow R = 0$

Professor: chame a atenção para a grande importância desse caso; contextualize-o.

**Respostas:** a) x; b) zero

**24** Três forças coplanares  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  e  $\vec{F}_3$ , de intensidades respectivamente iguais a 10 N, 15 N e 20 N, estão aplicadas em uma partícula. Essas forças podem ter suas direções modificadas de modo a alterar os ângulos entre elas. Determine para a resultante de  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  e  $\vec{F}_3$ :

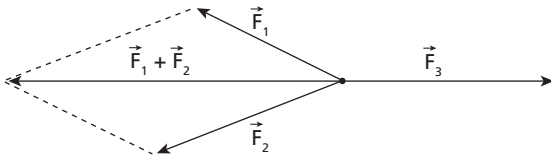
- a) a intensidade máxima;
- b) a intensidade mínima.

**Resolução:**

a) A resultante de  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  e  $\vec{F}_3$  terá intensidade máxima quando essas três forças tiverem a mesma direção e o mesmo sentido. Nesse caso:

$R_{\text{máx}} = 10 + 15 + 20 \text{ (N)} \Rightarrow R_{\text{máx}} = 45 \text{ N}$

b) A resultante de  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  e  $\vec{F}_3$  terá intensidade mínima igual a zero. Isso ocorrerá quando  $\vec{F}_3$  equilibrar a resultante de  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$  ( $5,0 \text{ N} \leq |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| \leq 25 \text{ N}$ ), como está esquematizado abaixo:



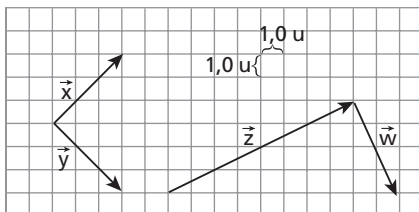
$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 20 \text{ N}$

Logo:

$R_{\text{min}} = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3| = 0$

**Respostas:** a) 45 N; b) zero

**25 E.R.** No plano quadriculado abaixo, estão representados os vetores  $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$  e  $\vec{w}$ .

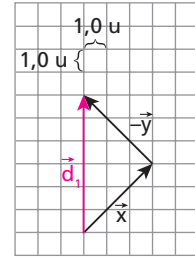


Determine o módulo dos vetores:

- a)  $\vec{d}_1 = \vec{x} - \vec{y}$
- b)  $\vec{d}_2 = \vec{z} - \vec{w}$

**Resolução:**

a)  $\vec{d}_1 = \vec{x} - \vec{y} \Rightarrow \vec{d}_1 = \vec{x} + (-\vec{y})$

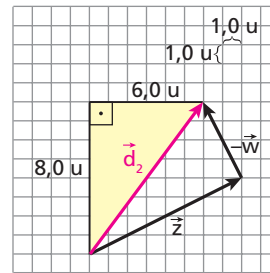


Observando a figura, concluímos que:

$|\vec{d}_1| = 2,0 \text{ u}$

b)  $\vec{d}_2 = \vec{z} - \vec{w} \Rightarrow \vec{d}_2 = \vec{z} + (-\vec{w})$

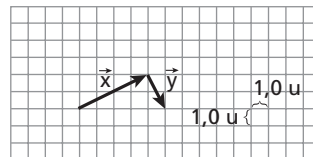
O módulo de  $\vec{d}_2$  fica determinado aplicando-se o Teorema de Pitágoras ao triângulo retângulo destacado na figura:



$|\vec{d}_2|^2 = (8,0)^2 + (6,0)^2$

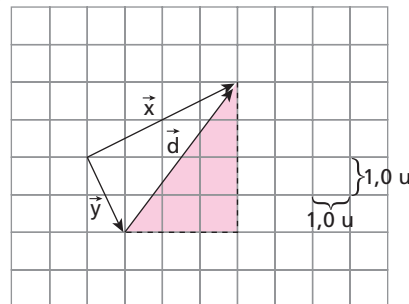
$|\vec{d}_2| = 10 \text{ u}$

**26** No plano quadriculado abaixo, estão representados dois vetores  $\vec{x}$  e  $\vec{y}$ . O módulo do vetor diferença  $\vec{x} - \vec{y}$  vale:



- a) 1 u.
- b) 2 u.
- c) 3 u.
- d) 4 u.
- e) 5 u.

**Resolução:**



$\vec{d} = \vec{x} - \vec{y}$

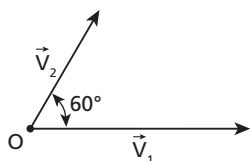
Aplicando-se o Teorema de Pitágoras ao triângulo retângulo destacado, vem:

$|\vec{d}|^2 = 3^2 + 1^2$

$|\vec{d}| = 2 \text{ u}$

**Resposta:** e

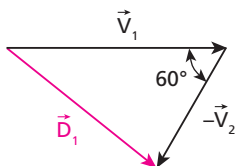
**27 E.R.** Dados os vetores  $\vec{V}_1$  e  $\vec{V}_2$ , representados na figura, com  $V_1 = 16 \text{ u}$  e  $V_2 = 10 \text{ u}$ , pede-se:



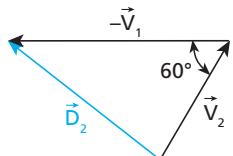
- a) representar os vetores  $\vec{D}_1 = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$  e  $\vec{D}_2 = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$ ;  
 b) calcular os módulos de  $\vec{D}_1$  e  $\vec{D}_2$ .

**Resolução:**

a)  $\vec{D}_1 = \vec{V}_1 - \vec{V}_2 \Rightarrow \vec{D}_1 = \vec{V}_1 + (-\vec{V}_2)$



$\vec{D}_2 = \vec{V}_2 - \vec{V}_1 \Rightarrow \vec{D}_2 = \vec{V}_2 + (-\vec{V}_1)$



O vetor  $\vec{D}_2$  é o **vetor oposto** de  $\vec{D}_1$ , isto é,  $\vec{D}_2$  e  $\vec{D}_1$  têm mesmo módulo, mesma direção e sentidos contrários.

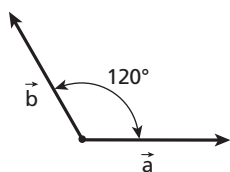
- b) Sendo **D** o módulo de  $\vec{D}_1$  ou de  $\vec{D}_2$ , aplicando a **Lei dos cossenos**, vem:

$$D^2 = V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2 \cos 60^\circ$$

$$D^2 = (16)^2 + (10)^2 - 2(16)(10) \frac{1}{2}$$

$D = 14 \text{ u}$

**28** Observe os vetores  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  representados abaixo. Considerando  $a = 7,0 \text{ u}$  e  $b = 8,0 \text{ u}$ , pede-se:

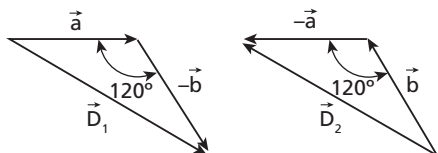


- a) represente os vetores  $\vec{D}_1 = \vec{a} - \vec{b}$  e  $\vec{D}_2 = \vec{b} - \vec{a}$ ;  
 b) calcule os módulos de  $\vec{D}_1$  e  $\vec{D}_2$ .

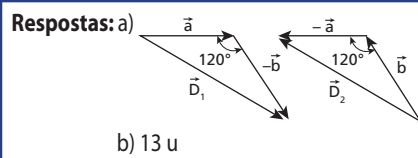
(Dado:  $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$ )

**Resolução:**

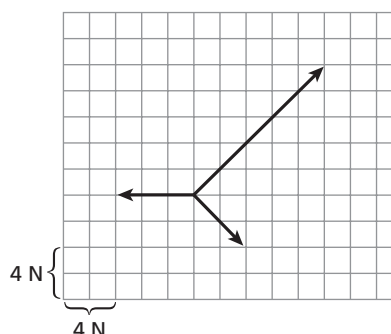
a)



b)  $|\vec{D}_1| = |\vec{D}_2| = D$   
 $D^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta$   
 $D^2 = (7,0)^2 + (8,0)^2 - 2 \cdot 7,0 \cdot 8,0 \cdot \cos 120^\circ$   
 $D^2 = 49 + 64 - 2 \cdot 56 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$   
 $D^2 = 169 \Rightarrow \boxed{D = 13 \text{ u}}$



**29** Na figura, estão representadas três forças que agem em um ponto material. Levando em conta a escala indicada, determine a intensidade da resultante dessas três forças.



- a) 5 N  
 b) 10 N  
 c) 15 N  
 d) 20 N  
 e) 25 N

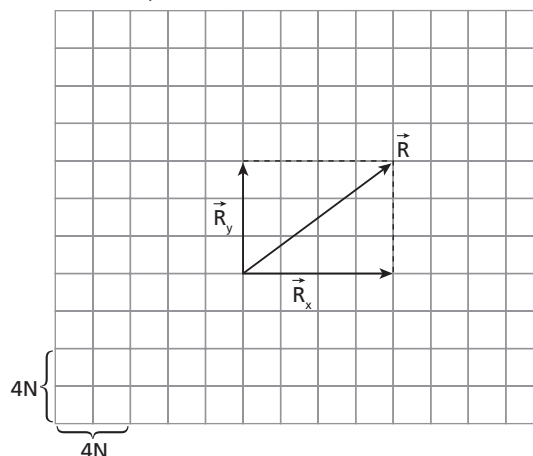
**Resolução:**

Na horizontal:

$$R_x = 10 + 4 - 6 \text{ (N)} \Rightarrow R_x = 8 \text{ N}$$

Na vertical:

$$R_y = 10 - 4 \text{ (N)} \Rightarrow R_y = 6 \text{ N}$$

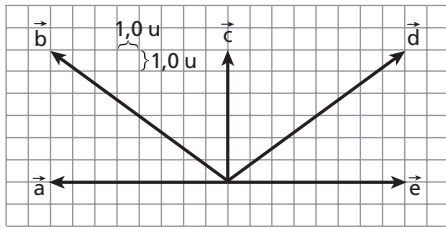


$$R^2 = R_x^2 + R_y^2 \Rightarrow R^2 = 8^2 + 6^2$$

$R = 10 \text{ N}$

**Resposta:** b

**30** No plano quadriculado abaixo, estão representados cinco vetores:  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ,  $\vec{d}$  e  $\vec{e}$ .



Aponte a alternativa **incorreta**:

- a)  $\vec{a} = -\vec{e}$
- b)  $\vec{c} - \vec{a} = \vec{d}$
- c)  $\vec{c} - \vec{e} = \vec{b}$
- d)  $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{e}$
- e)  $\vec{a} + \vec{c} = \vec{e} + \vec{c}$

**Resposta:** e

**31** Considere duas forças  $\vec{F}_A$  e  $\vec{F}_B$  com intensidades respectivamente iguais a 12 N e 5,0 N. Calcule a intensidade das forças  $\vec{S} = \vec{F}_A + \vec{F}_B$  e  $\vec{D} = \vec{F}_A - \vec{F}_B$  nos seguintes casos:

- a)  $\vec{F}_A$  e  $\vec{F}_B$  têm mesma direção e sentidos opostos;
- b)  $\vec{F}_A$  e  $\vec{F}_B$  são perpendiculares.

**Resolução:**

a)



$$|\vec{S}| = |\vec{F}_A| - |\vec{F}_B|$$

$$|\vec{S}| = 12 - 5,0 \text{ (N)}$$

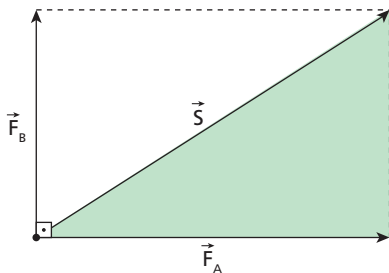
$$|\vec{S}| = 7,0 \text{ N}$$

$$|\vec{D}| = |\vec{F}_A + (-\vec{F}_B)|$$

$$|\vec{D}| = |12 + 5,0| \text{ (N)}$$

$$|\vec{D}| = 17 \text{ N}$$

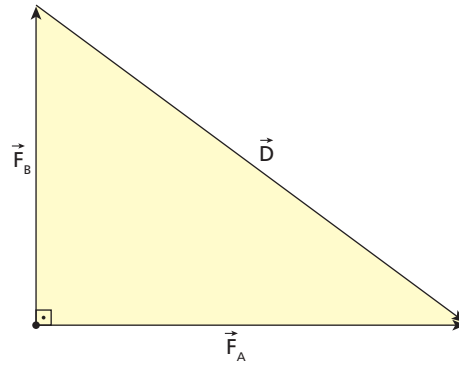
b)



Teorema de Pitágoras:

$$|\vec{S}|^2 = (12)^2 + (5,0)^2$$

$$|\vec{S}| = 13 \text{ N}$$



Teorema de Pitágoras:

$$|\vec{D}|^2 = (12)^2 + (5,0)^2$$

$$|\vec{D}| = 13 \text{ N}$$

**Respostas:** a)  $|\vec{S}| = 7,0 \text{ N}$  e  $|\vec{D}| = 17 \text{ N}$ ; b)  $|\vec{S}| = |\vec{D}| = 13 \text{ N}$

**32** (Ufop-MG) Os módulos de duas forças  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$  são  $|\vec{F}_1| = 3$  e  $|\vec{F}_2| = 5$ , expressos em **newtons**. Então, é sempre verdade que:

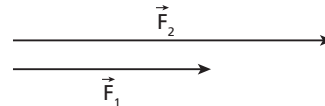
- I.  $|\vec{F}_1 - \vec{F}_2| = 2$ .
- II.  $2 \leq |\vec{F}_1 - \vec{F}_2| \leq 8$ .
- III.  $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = 8$ .
- IV.  $2 \leq |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| \leq 8$ .

Indique a alternativa **correta**:

- a) Apenas I e III são verdadeiras.
- b) Apenas II e IV são verdadeiras.
- c) Apenas II e III são verdadeiras.
- d) Apenas I e IV são verdadeiras.
- e) Nenhuma sentença é sempre verdadeira.

**Resolução:**

(I)



$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |3 + 5| \text{ (N)}$$

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = 8 \text{ (N)}$$

$$|\vec{F}_1 - \vec{F}_2| = |3 - 5| \text{ (N)}$$

$$|\vec{F}_1 - \vec{F}_2| = 2 \text{ N}$$

(II)



$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |3 - 5| \text{ (N)}$$

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = 2 \text{ N}$$

$$|\vec{F}_1 - \vec{F}_2| = |3 + 5| \text{ (N)}$$

$$|\vec{F}_1 - \vec{F}_2| = 8 \text{ N}$$

$$\text{(III)} \quad 2 \text{ N} \leq |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| \leq 8 \text{ N}$$

$$2 \text{ N} \leq |\vec{F}_1 - \vec{F}_2| \leq 8 \text{ N}$$

**Resposta:** b

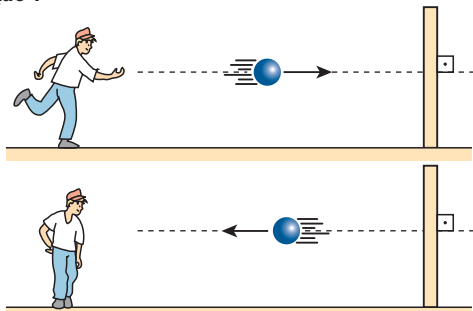


**33 E.R.** Nas duas situações esquematizadas a seguir, o garoto lança uma bola de borracha contra uma parede vertical fixa. Admita que as colisões sejam perfeitamente elásticas, isto é, que a bola conserve o módulo de sua velocidade vetorial igual a  $v$ .

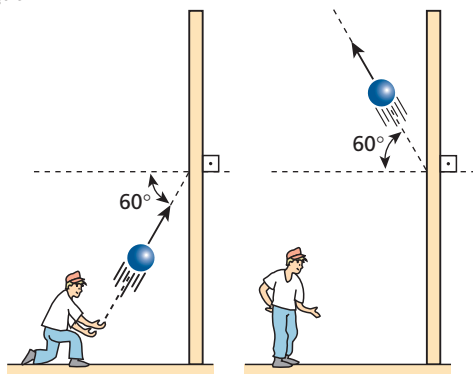
Na **situação 1**, a bola vai e volta pela mesma reta horizontal.

Na **situação 2**, a bola incide sob um ângulo de  $60^\circ$  em relação à reta normal à parede no ponto de impacto, sendo refletida sob um ângulo também de  $60^\circ$  em relação à mesma reta.

**Situação 1**



**Situação 2**



Calcule o módulo da variação da velocidade vetorial da bola:

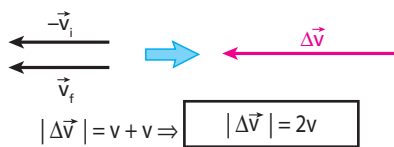
- a) na situação 1;
- b) na situação 2.

**Resolução:**

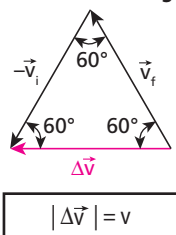
Em ambos os casos, a variação da velocidade vetorial da bola ( $\Delta\vec{v}$ ) fica determinada pela diferença entre a velocidade final ( $\vec{v}_f$ ) e a velocidade inicial ( $\vec{v}_i$ ).

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_f - \vec{v}_i \Rightarrow \Delta\vec{v} = \vec{v}_f + (-\vec{v}_i)$$

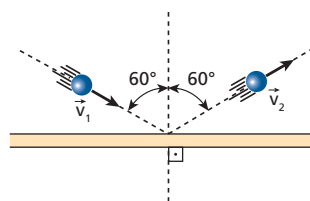
a)



b) O triângulo formado pelos vetores  $\vec{v}_f$ ,  $-\vec{v}_i$  e  $\Delta\vec{v}$  é **equilátero** e, por isso, esses três vetores têm **módulos iguais**.



**34** Na figura, estão representadas as velocidades vetoriais  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$  de uma bola de sinuca, imediatamente antes e imediatamente depois de uma colisão contra uma das bordas da mesa.

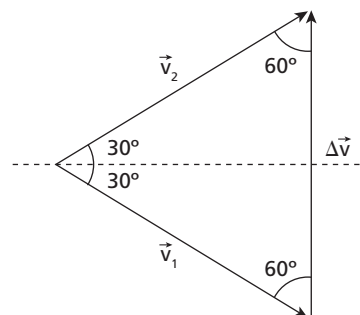


Sabendo que  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$  têm intensidades iguais a  $v$ , aponte a alternativa que melhor caracteriza a intensidade, a direção e o sentido da variação da velocidade vetorial da bola no ato da colisão:

- a)  $v$
- b)  $v$
- c)  $2v$
- d)  $2v$
- e) Vetor nulo.

**Resolução:**

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

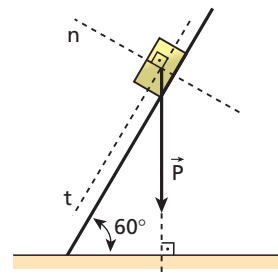


O triângulo formado por  $\vec{v}_1$ ,  $\vec{v}_2$  e  $\Delta\vec{v}$  é equilátero, com lados de comprimento  $v$ , logo:

$$|\Delta\vec{v}| = v$$

**Resposta:** a

**35 E.R.** O peso de um corpo é uma força vertical, dirigida para baixo. Na figura, está representado um bloco de peso  $\vec{P}$ , apoiado em um plano inclinado de  $60^\circ$  em relação à horizontal.

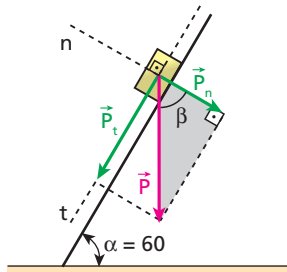


Sabendo que a intensidade de  $\vec{P}$  é igual a 20,0 newtons, calcule a intensidade das componentes de  $\vec{P}$  segundo as retas  $\mathbf{t}$  e  $\mathbf{n}$ , respectivamente, tangente e normal ao plano inclinado no local em que se encontra o bloco. Adote:  $\text{sen } 60^\circ \approx 0,87$  e  $\text{cos } 60^\circ = 0,50$ .

**Resolução:**

Na figura ao lado, estão representadas as componentes de  $\vec{P}$  segundo as setas  $\vec{t}$  e  $\vec{n}$ , respectivamente,  $\vec{P}_t$  (componente tangencial) e  $\vec{P}_n$  (componente normal).

É importante observar que, no triângulo retângulo destacado, temos  $\beta = \alpha = 60^\circ$  (ângulos de lados perpendiculares têm medidas iguais).



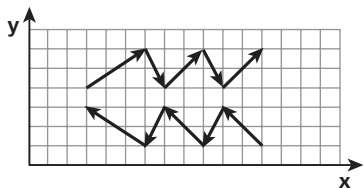
$$P_t = P \sin \beta \Rightarrow P_t = 20,0 \cdot 0,87 \text{ (N)}$$

$$P_t = 17,4 \text{ N}$$

$$P_n = P \cos \beta \Rightarrow P_n = 20,0 \cdot 0,50 \text{ (N)}$$

$$P_n = 10,0 \text{ N}$$

**36** (UFC-CE) Na figura abaixo, em que o reticulado forma quadrados de lado  $L = 0,50 \text{ cm}$ , estão desenhados dez vetores, contidos no plano  $xy$ . O módulo da soma de todos esses vetores é, em centímetros:



- a) 0,0.    b) 0,50.    c) 1,0.    d) 1,5.    e) 2,0.

**Resolução:**

(I) Na direção  $x$ :

$$|\vec{s}_x| = 4,5 - 4,5 = 0$$

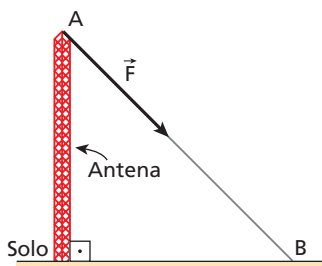
(II) Na direção  $y$ :

$$|\vec{s}_y| = 1,0 + 1,0 = 2,0$$

$$(III) |\vec{s}| = 2,0$$

**Resposta:** e

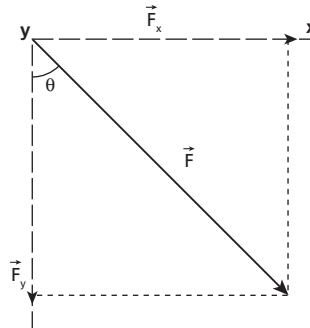
**37** Uma antena transmissora de TV, de comprimento igual a  $32 \text{ m}$ , é mantida em equilíbrio na posição vertical devido a um sistema de cabos de aço que conectam sua extremidade superior ao solo horizontal. Na figura, está representado apenas o cabo **AB**, de comprimento igual a  $40 \text{ m}$ .



Sabendo que a força  $\vec{F}$  que o cabo **AB** exerce sobre a antena tem intensidade igual a  $2,0 \cdot 10^3 \text{ N}$ , determine a intensidade das componentes horizontal e vertical de  $\vec{F}$ .

**Resolução:**

(I) Teorema de Pitágoras:



$$(AB)^2 = x^2 + y^2$$

$$(40)^2 = x^2 + (32)^2$$

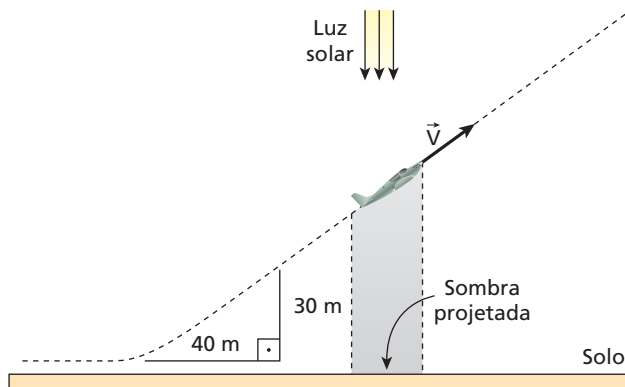
$$x = 24 \text{ m}$$

$$(II) F_x = F \sin \theta \Rightarrow F_x = 2,0 \cdot 10^3 \frac{24}{40} \text{ (N)} \Rightarrow F_x = 1,2 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$(III) F_y = F \cos \theta \Rightarrow F_y = 2,0 \cdot 10^3 \frac{32}{40} \text{ (N)} \Rightarrow F_y = 1,6 \cdot 10^3 \text{ N}$$

**Respostas:** Componente horizontal:  $F_x = 1,2 \cdot 10^3 \text{ N}$ ;  
Componente vertical:  $F_y = 1,6 \cdot 10^3 \text{ N}$

**38** Objetivando a decolagem, um avião realiza a corrida na pista, alçando vôo com velocidade  $\vec{V}$ , de intensidade  $360 \text{ km/h}$ , que é mantida constante ao longo de uma trajetória retilínea e ascendente, como esquematizado a seguir. O Sol está a pino, e a sombra do avião é projetada sobre o solo plano e horizontal.

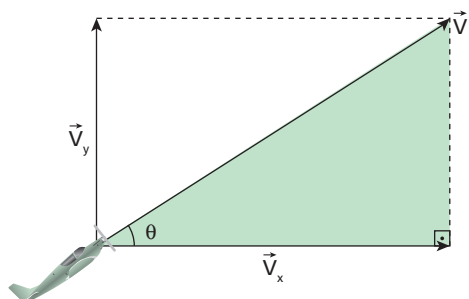


Determine:

- a intensidade da velocidade com que a sombra do avião percorre o solo;
- o intervalo de tempo gasto pelo avião para atingir a altura de  $480 \text{ m}$ ;
- a distância percorrida pelo avião desde o instante em que alça vôo até o instante em que atinge a altura de  $480 \text{ m}$ .

**Resolução:**

A velocidade  $\vec{V}$  do avião admite duas componentes:  $\vec{V}_x$  horizontal e  $\vec{V}_y$  vertical.



$$V_x = V \cos \theta \Rightarrow V_x = 360 \cdot \frac{40}{50} \text{ (km/h)}$$

$$V_x = 288 \text{ km/h} = 80 \text{ m/s}$$

$$V_y = V \sin \theta \Rightarrow V_y = 360 \cdot \frac{30}{50} \text{ (km/h)}$$

$$V_y = 216 \text{ km/h} = 60 \text{ m/s}$$

a)  $V_{\text{sombra}} = V_x \Rightarrow V_{\text{sombra}} = 288 \text{ km/h}$

b)  $V_y = \frac{\Delta y}{\Delta t} \Rightarrow 60 = \frac{480}{\Delta t}$

$$\Delta t = 8,0 \text{ s}$$

c)  $V = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \frac{360}{3,6} = \frac{\Delta s}{8,0}$

$$\Delta s = 800 \text{ m}$$

**Respostas:** a) 288 km/h; b) 8,0 s; c) 800 m

**39 E.R.** Um escoteiro, ao fazer um exercício de marcha com seu pelotão, parte de um ponto **P** e sofre a seguinte sequência de deslocamentos:

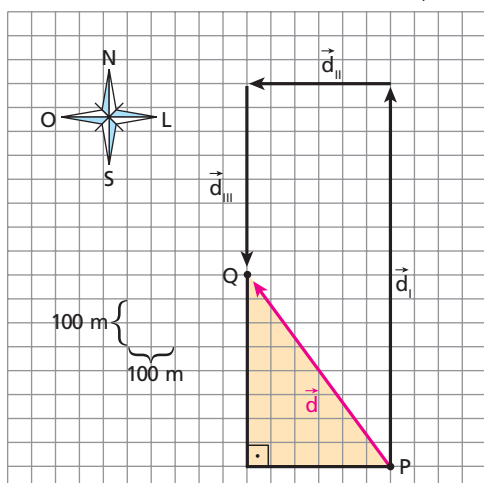
- I. 800 m para o Norte;
- II. 300 m para o Oeste;
- III. 400 m para o Sul.

Sabendo que a duração da marcha é de 8 min 20 s e que o escoteiro atinge um ponto **Q**, determine:

- a) o módulo do seu deslocamento vetorial de **P** a **Q**;
- b) o módulo da velocidade vetorial média e da velocidade escalar média de **P** a **Q**. (Dê sua resposta em m/s.)

**Resolução:**

- a) No esquema abaixo, estão representados os três deslocamentos parciais do escoteiro e também seu deslocamento total, de **P** até **Q**.



Aplicando o **Teorema de Pitágoras** ao triângulo retângulo destacado, obtemos o módulo do deslocamento vetorial do escoteiro de **P** até **Q**.

$$|\vec{d}|^2 = (300)^2 + (400)^2 \Rightarrow |\vec{d}| = 500 \text{ m}$$

- b) O intervalo de tempo gasto pelo escoteiro de **P** até **Q** é  $\Delta t = 8 \text{ min } 20 \text{ s} = 500 \text{ s}$ . Logo:

$$|\vec{v}_m| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} \Rightarrow |\vec{v}_m| = \frac{500 \text{ m}}{500 \text{ s}} \Rightarrow |\vec{v}_m| = 1,0 \text{ m/s}$$

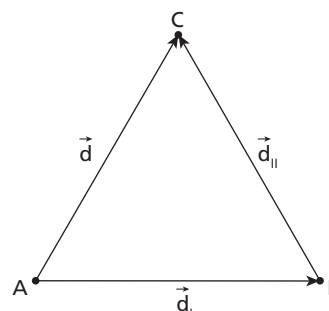
$$|v_m| = \frac{|\Delta s|}{\Delta t} = \frac{|\vec{d}_I| + |\vec{d}_{II}| + |\vec{d}_{III}|}{\Delta t}$$

$$|v_m| = \frac{800 + 300 + 400}{500} \text{ (m/s)} \Rightarrow |v_m| = 3,0 \text{ m/s}$$

**40** Três cidades **A**, **B** e **C**, situadas em uma região plana, ocupam os vértices de um triângulo equilátero de 60 km de lado. Um carro viaja de **A** para **C**, passando por **B**. Se o intervalo de tempo gasto no percurso total é de 1,0 h 12 min, determine, em km/h:

- a) o valor absoluto da velocidade escalar média;
- b) a intensidade da velocidade vetorial média.

**Resolução:**



$$\Delta t = 1,0 \text{ h } 12 \text{ min} = 1,2 \text{ h}$$

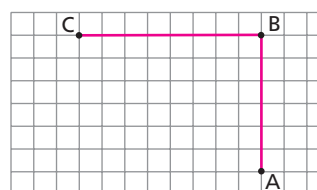
a)  $|v_m| = \frac{|\vec{d}_I| + |\vec{d}_{II}|}{\Delta t}$   
 $|v_m| = \frac{60 + 60}{1,2} \text{ (km/h)}$

$$|v_m| = 100 \text{ km/h}$$

b)  $|\vec{v}_m| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t}$   
 $|\vec{v}_m| = \frac{60 \text{ km}}{1,2 \text{ h}} \Rightarrow |\vec{v}_m| = 50 \text{ km/h}$

**Respostas:** a) 100 km/h; b) 50 km/h

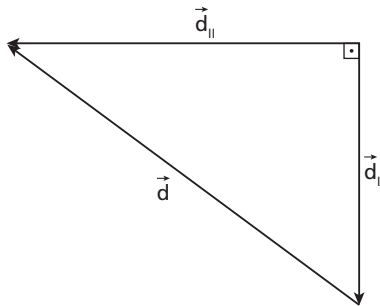
**41** Um carro percorreu a trajetória **ABC**, representada na figura, partindo do ponto **A** no instante  $t_0 = 0$  e atingindo o ponto **C** no instante  $t_1 = 20 \text{ s}$ . Considerando que cada quadradinho da figura tem lado igual a 10 m, determine:



- a) o módulo do deslocamento vetorial sofrido pelo carro de **A** até **C**;  
 b) o módulo das velocidades vetorial média e escalar média no intervalo de  $t_0$  a  $t_1$ .

**Resolução:**

a)



**Teorema de Pitágoras:**

$$|\vec{d}|^2 = |\vec{d}_1|^2 + |\vec{d}_{11}|^2$$

$$|\vec{d}|^2 = (60)^2 + (80)^2$$

$$|\vec{d}|^2 = 100 \text{ m}$$

b)  $|\vec{V}_m| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t}$

$$|\vec{V}_m| = \frac{100 \text{ m}}{20 \text{ s}} \Rightarrow |\vec{V}_m| = 5,0 \text{ m/s}$$

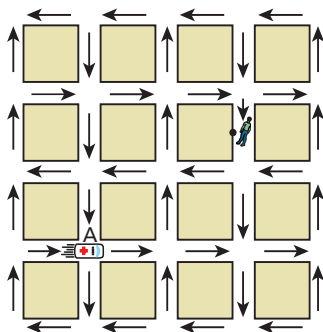
$$|v_m| = \frac{|\vec{d}_1| + |\vec{d}_{11}|}{\Delta t}$$

$$|v_m| = \frac{60 + 80}{20} \text{ (m/s)}$$

$$|v_m| = 7,0 \text{ m/s}$$

**Respostas:** a) 100 m; b) 5,0 m/s e 7,0 m/s

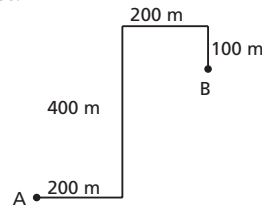
**42** (Unicamp-SP) A figura abaixo representa um mapa da cidade de Vectoria o qual indica o sentido das mãos do tráfego. Devido ao congestionamento, os veículos trafegam com a velocidade média de 18 km/h. Cada quadra dessa cidade mede 200 m por 200 m (do centro de uma rua ao centro da outra rua). Uma ambulância localizada em **A** precisa pegar um doente localizado bem no meio da quadra em **B**, sem andar na contramão.



- a) Qual é o menor intervalo de tempo gasto (em minutos) no percurso de **A** para **B**?  
 b) Qual é o módulo do vetor velocidade média (em km/h) entre os pontos **A** e **B**?

**Resolução:**

- a) O intervalo de tempo gasto pela ambulância de **A** até **B** será mínimo se o veículo percorrer a trajetória de menor comprimento entre esses dois pontos.



$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v_m}$$

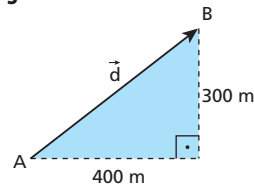
$$\Delta s = 200 \text{ m} + 400 \text{ m} + 200 \text{ m} + 100 \text{ m}$$

$$\Delta s = 900 \text{ m}$$

$$\text{e } v_m = 18 \text{ km/h} \Rightarrow 5,0 \text{ m/s. Logo:}$$

$$\Delta t = \frac{900 \text{ m}}{5,0 \text{ m/s}} \Rightarrow \Delta t = 180 \text{ s} \Rightarrow \Delta t = 3,0 \text{ min}$$

- b) **Teorema de Pitágoras:**



$$|\vec{d}|^2 = (300)^2 + (400)^2$$

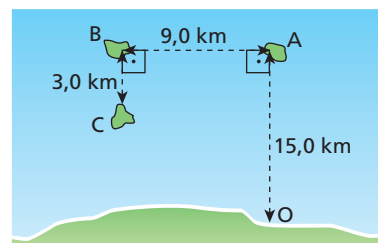
$$|\vec{d}| = 500 \text{ m}$$

$$|V_m| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \frac{500 \text{ m}}{180 \text{ s}}$$

$$|\vec{V}_m| = \frac{500}{180} \cdot 3,6 \text{ km/h} \Rightarrow |\vec{V}_m| = 10 \text{ km/h}$$

**Respostas:** a) 3,0 min; b) 10 km/h

**43** Uma embarcação carregada com suprimentos zarpa de um porto **O** na costa às 7 h para fazer entregas em três pequenas ilhas, **A**, **B** e **C**, posicionadas conforme representa o esquema.



A embarcação atraca na ilha **C** às 13 h do mesmo dia. Calcule para o percurso total de **O** até **C**:

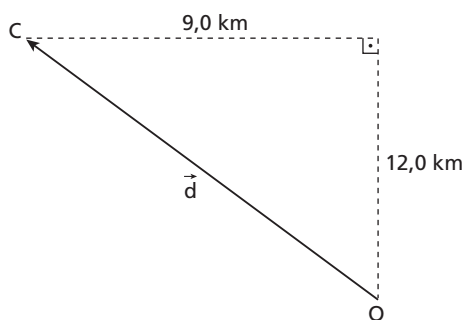
- a) a velocidade escalar média;  
 b) a velocidade vetorial média.

**Resolução:**

a) 1)  $\Delta s = OA + AB + BC = 27,0 \text{ km}$

$$2) v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{27,0 \text{ km}}{13 \text{ h} - 7 \text{ h}} \Rightarrow v_m = 4,5 \text{ km/h}$$

b) 1)



**Teorema de Pitágoras:**

$$|\vec{d}|^2 = (9,0)^2 + (12,0)^2$$

$$|\vec{d}|^2 = 81,0 + 144 = 225$$

$$|\vec{d}|^2 = 15,0 \text{ km}$$

$$2) |\vec{v}_m| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \frac{15,0 \text{ km}}{6,0 \text{ h}} \Rightarrow |\vec{v}_m| = 2,5 \text{ m/s}$$

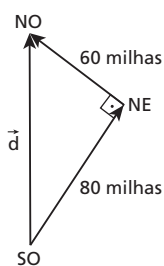
**Respostas:** a) 4,5 km/h; b) 2,5 km/h

**44** Um navio navega 80 milhas de Sudoeste para Nordeste e, em seguida, 60 milhas de Sudeste para Noroeste. Sendo **X** a intensidade da velocidade vetorial média e **Y** o módulo da velocidade escalar média, esses dois valores referentes ao percurso total, é correto que:

- a)  $\frac{X}{Y} = \frac{3}{5}$ .      c)  $\frac{X}{Y} = \frac{4}{5}$ .      e)  $\frac{X}{Y} = \frac{7}{5}$ .  
 b)  $\frac{X}{Y} = \frac{5}{7}$ .      d)  $\frac{X}{Y} = 1$ .

**Resolução:**

**Teorema de Pitágoras:**



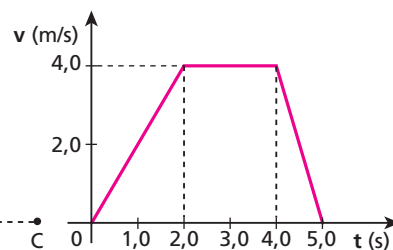
$$|\vec{d}|^2 = (80)^2 + (60)^2 \Rightarrow |\vec{d}| = 100 \text{ milhas}$$

$$|\Delta s| = 80 \text{ milhas} + 60 \text{ milhas} \Rightarrow \Delta s = 140 \text{ milhas}$$

$$\frac{X}{Y} = \frac{\frac{|\vec{d}|}{\Delta t}}{\frac{|\Delta s|}{\Delta t}} \Rightarrow \frac{X}{Y} = \frac{|\vec{d}|}{|\Delta s|} = \frac{100}{140} \Rightarrow \frac{X}{Y} = \frac{5}{7}$$

**Resposta:** b

**45** Uma partícula parte do ponto **A** da trajetória **ABC**, esquematizada abaixo, no instante  $t_0 = 0$ , atinge o ponto **B** no instante  $t_1 = 3,0$  s e para no ponto **C** no instante  $t_2 = 5,0$  s. A variação de sua velocidade escalar pode ser observada no gráfico abaixo:



Considerando o intervalo de 0 a 5,0 s, calcule para a partícula:

- a) o valor absoluto da velocidade escalar média;  
 b) a intensidade da velocidade vetorial média.

**Resolução:**

$$(I) \overline{AB} = \frac{(3,0 + 1,0) \cdot 4,0}{2} = 8,0 \text{ m}$$

$$(II) \overline{BC} = \frac{(2,0 + 1,0) \cdot 4,0}{2} = 6,0 \text{ m}$$

**Teorema de Pitágoras:**

$$(III) (\overline{AC})^2 = (8,0)^2 + (6,0)^2 \Rightarrow \overline{AC} = 10 \text{ m}$$

$$a) |\overline{v}_m| = \frac{|\Delta s|}{\Delta t} = \frac{14 \text{ m}}{5,0 \text{ s}} \Rightarrow |\overline{v}_m| = 2,8 \text{ m/s}$$

$$b) |\vec{v}_m| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \frac{10 \text{ m}}{5,0 \text{ s}} \Rightarrow |\vec{v}_m| = 2,0 \text{ m/s}$$

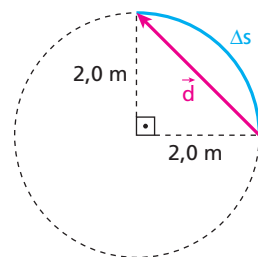
**Respostas:** a) 2,8 m/s; b) 2,0 m/s

**46 E.R.** Considere uma partícula que percorre um quarto de circunferência de 2,0 m de raio em 10 s. Adotando  $\sqrt{2} \approx 1,4$  e  $\pi \approx 3,0$ , determine:

- a) o módulo da velocidade escalar média da partícula;  
 b) a intensidade da sua velocidade vetorial média.

**Resolução:**

Na figura abaixo, estão indicados o deslocamento escalar ( $\Delta s$ ) e o deslocamento vetorial ( $\vec{d}$ ) da partícula:



$$|\Delta s| = \frac{2\pi R}{4} = \frac{2 \cdot 3,0 \cdot 2,0}{4} \text{ (m)}$$

$$|\Delta s| = 3,0 \text{ m}$$

$$|\vec{d}| = \sqrt{(2,0)^2 + (2,0)^2} = 2,0\sqrt{2} \text{ m}$$

$$|\vec{d}| = 2,0 \cdot 1,4 \text{ (m)} \Rightarrow |\vec{d}| = 2,8 \text{ m}$$

- a) O módulo da velocidade escalar média é dado por:

$$|\overline{v}_m| = \frac{|\Delta s|}{\Delta t} = \frac{3,0 \text{ m}}{10 \text{ s}} \Rightarrow |\overline{v}_m| = 0,30 \text{ m/s}$$

b) A intensidade da velocidade vetorial média é dada por:

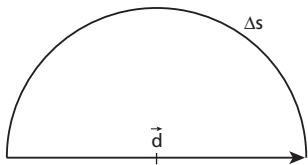
$$|\vec{v}_m| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \frac{2,8 \text{ m}}{10 \text{ s}} \Rightarrow |\vec{v}_m| = 0,28 \text{ m/s}$$

Observe, nesse caso, que  $|\vec{v}_m| < |v_m|$ .

**47** Um ciclista percorre a metade de uma pista circular de 60 m de raio em 15 s. Adotando  $\pi \approx 3,0$ , calcule para esse ciclista:

- a) o módulo da velocidade escalar média;
- b) a intensidade da velocidade vetorial média.

**Resolução:**

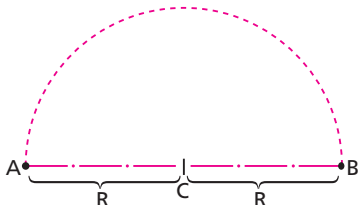


a)  $|v_m| = \frac{|\Delta s|}{\Delta t} = \frac{\pi R}{\Delta t}$   
 $|v_m| = \frac{3,0 \cdot 60}{15} \text{ (m/s)} \Rightarrow |v_m| = 12 \text{ m/s}$

b)  $|\vec{v}_m| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \frac{2R}{\Delta t}$   
 $|\vec{v}_m| = \frac{2 \cdot 60}{15} \text{ (m/s)} \Rightarrow |\vec{v}_m| = 8,0 \text{ m/s}$

**Respostas:** a) 12 m/s; b) 8,0 m/s

**48** Considere o esquema seguinte, em que o trecho curvo corresponde a uma semicircunferência de raio **R**.



Duas partículas, **X** e **Y**, partem simultaneamente do ponto **A** rumo ao ponto **B**. A partícula **X** percorre o trecho curvo, enquanto a partícula **Y** segue pelo diâmetro **AB**. Sabendo que as partículas atingem o ponto **B** no mesmo instante, calcule:

- a) a relação entre os módulos das velocidades escalares médias de **X** e **Y**;
- b) a relação entre as intensidades das velocidades vetoriais médias de **X** e **Y**.

**Resolução:**

a)  $\frac{|v_{m_x}|}{|v_{m_y}|} = \frac{\frac{|\Delta s_x|}{\Delta t}}{\frac{|\Delta s_y|}{\Delta t}} \Rightarrow \frac{|v_{m_x}|}{|v_{m_y}|} = \frac{|\Delta s_x|}{|\Delta s_y|} = \frac{\pi R}{2R} \Rightarrow \frac{|v_{m_x}|}{|v_{m_y}|} = \frac{\pi}{2}$

b)  $\frac{|\vec{v}_{m_x}|}{|\vec{v}_{m_y}|} = \frac{\frac{|\vec{d}_x|}{\Delta t}}{\frac{|\vec{d}_y|}{\Delta t}} \Rightarrow \frac{|\vec{v}_{m_x}|}{|\vec{v}_{m_y}|} = \frac{|\vec{d}_x|}{|\vec{d}_y|} = \frac{2R}{2R} \Rightarrow \frac{|\vec{v}_{m_x}|}{|\vec{v}_{m_y}|} = 1$

**Respostas:** a)  $\frac{\pi}{2}$ ; b) 1

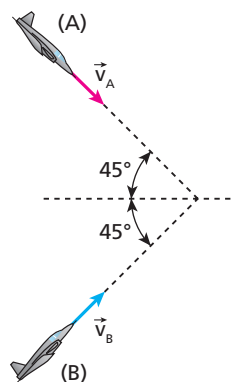
**49** Analise as proposições a seguir:

- (01) A velocidade vetorial média entre dois pontos de uma trajetória tem sempre a mesma direção e o mesmo sentido do deslocamento vetorial entre esses pontos.
- (02) A velocidade vetorial é, em cada instante, tangente à trajetória e orientada no sentido do movimento.
- (04) Nos movimentos uniformes, a velocidade vetorial é constante.
- (08) Nos movimentos retilíneos, a velocidade vetorial é constante.
- (16) A velocidade vetorial de uma partícula só é constante nas situações de repouso e de movimento retilíneo e uniforme.

Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

**Resposta:** 19

**50 E.R.** Dois aviões de combate, **A** e **B**, em movimento num mesmo plano vertical, apresentam-se em determinado instante, conforme ilustra a figura, com velocidades vetoriais  $\vec{v}_A$  e  $\vec{v}_B$  de intensidades respectivamente iguais a 1000 km/h.



Adotando  $\sqrt{2} \approx 1,41$ , determine as características da velocidade vetorial  $\vec{v}_R$  do avião **B** em relação ao avião **A** no instante considerado.

**Resolução:**

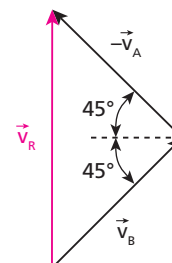
Do ponto de vista vetorial, a velocidade de uma partícula **1** em relação a outra partícula **2** é  $\vec{v}_{rel,2}$ , dada pela subtração:

$$\vec{v}_{rel,2} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$$

em que  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$  são as velocidades vetoriais de **1** e **2** em relação ao solo. Assim, a velocidade  $\vec{v}_R$  do avião **B** em relação ao avião **A** fica determinada por:

$$\vec{v}_R = \vec{v}_B - \vec{v}_A \Rightarrow \vec{v}_R = \vec{v}_B + (-\vec{v}_A)$$

Graficamente:

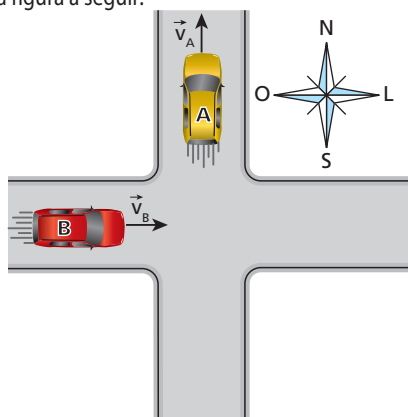


$\vec{v}_R$  é **vertical e dirigida para cima** e sua intensidade pode ser obtida pelo **Teorema de Pitágoras**:

$$|\vec{v}_R|^2 = |\vec{v}_A|^2 + |\vec{v}_B|^2 \Rightarrow |\vec{v}_R|^2 = (1000)^2 + (1000)^2$$

$$|\vec{v}_R| = 1000\sqrt{2} \text{ (km/h)} \Rightarrow |\vec{v}_R| = 1410 \text{ km/h}$$

**51** Considere um carro **A** dirigindo-se para o Norte, com velocidade  $\vec{v}_A$  de intensidade igual a 45 km/h, e um carro **B** dirigindo-se para o Leste, com velocidade  $\vec{v}_B$  de intensidade igual a 60 km/h, conforme representa a figura a seguir.

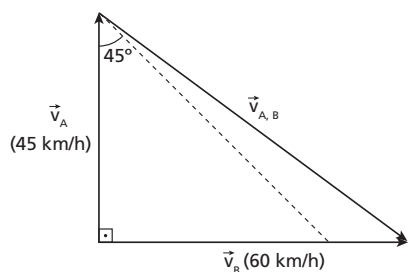


Aponte a alternativa que melhor traduz as características da velocidade de  $\vec{v}_{B,A}$  do carro **B** em relação ao carro **A**:

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

**Resolução:**

$$\vec{v}_{B,A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$$



**Teorema de Pitágoras:**

$$|\vec{v}_{B,A}|^2 = (45)^2 + (60)^2$$

$$|\vec{v}_{B,A}| = 75 \text{ km/h}$$

**Resposta: c**

**52** Se a aceleração vetorial de uma partícula é constantemente nula, suas componentes tangencial e centrípeta também o são. A respeito de um possível movimento executado por essa partícula, podemos afirmar que ele pode ser:

- a) acelerado ou retardado, em trajetória retilínea.
- b) uniforme, em trajetória qualquer.
- c) apenas acelerado, em trajetória curva.
- d) apenas uniforme, em trajetória retilínea.
- e) acelerado, retardado ou uniforme, em trajetória curva.

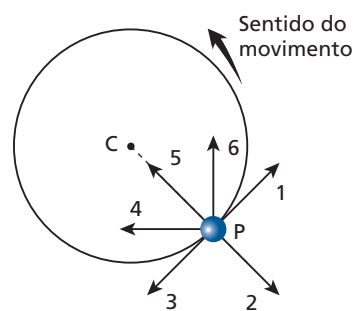
**Resolução:**

$$\vec{a}_t = \vec{0} \Rightarrow \text{Movimento uniforme}$$

$$\vec{a}_{cp} = \vec{0} \Rightarrow \text{Movimento retilíneo}$$

**Resposta: d**

**53** Uma partícula movimenta-se ao longo de uma trajetória circular com velocidade escalar constante. A figura representa a partícula no instante em que passa pelo ponto **P**:



As setas que representam a velocidade vetorial e a aceleração vetorial da partícula em **P** são, respectivamente:

- a) 1 e 2.
- b) 3 e 5.
- c) 1 e 4.
- d) 3 e 6.
- e) 1 e 5.

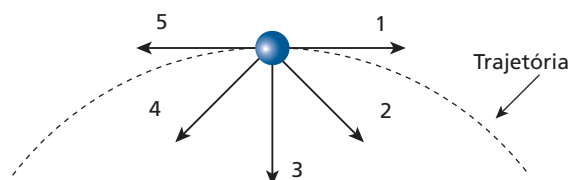
**Resolução:**

$\vec{v}$  é sempre tangente à trajetória e orientada no sentido do movimento (seta 1).

$\vec{a}$  é a centrípeta no movimento circular e uniforme (seta 5).

**Resposta: e**

**54** A figura a seguir representa um instante do movimento curvilíneo e acelerado de uma partícula:



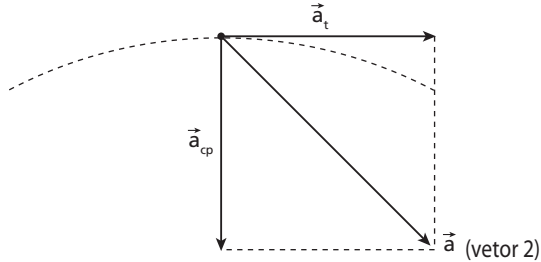
Se o movimento ocorre da esquerda para a direita, os vetores que melhor representam a velocidade vetorial e a aceleração vetorial da partícula no instante considerado, e nessa ordem, são:

- a) 1 e 2.
- b) 5 e 3.
- c) 1 e 4.
- d) 5 e 4.
- e) 1 e 1.

**Resolução:**

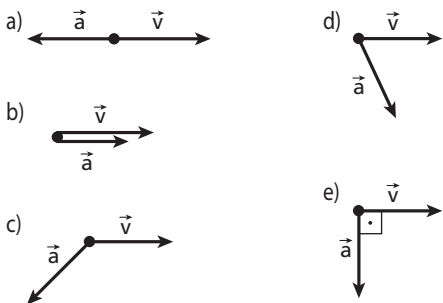
$\vec{v}$  é sempre tangente à trajetória e orientada no sentido do movimento (vetor 1).

$\vec{a} \neq \vec{0}$ , já que o movimento é acelerado.  
 $\vec{a}_{cp} \neq \vec{0}$ , já que o movimento é curvilíneo.

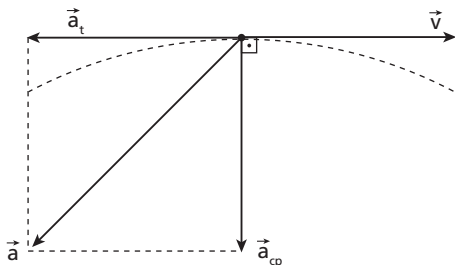


**Resposta:** a

**55** Admita que o piloto Felipe Massa entre em uma curva freando seu carro de fórmula 1. Seja  $\vec{v}$  a velocidade vetorial do carro em determinado ponto da curva e  $\vec{a}$  a respectiva aceleração. A alternativa que propõe a melhor configuração para  $\vec{v}$  e  $\vec{a}$  é:



**Resolução:**



**Resposta:** c

**56 | E.R.** Um piloto consegue manter seu *kart* em movimento uniforme numa pista circular de raio 50 m. Sabendo que a velocidade escalar do *kart* é igual a 20 m/s, determine a intensidade da sua aceleração vetorial.

**Resolução:**

O movimento do *kart* é circular e uniforme, o que torna sua aceleração vetorial **centrípeta**.

Sendo  $v = 20 \text{ m/s}$  e  $R = 50 \text{ m}$ , a intensidade da aceleração centrípeta ( $a_{cp}$ ) fica determinada por:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} \Rightarrow a_{cp} = \frac{(20)^2}{50} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$a_{cp} = 8,0 \text{ m/s}^2$$

**57** Um garoto monitora, por controle remoto, um aeromodelo que descreve uma circunferência de 18 m de raio com velocidade de intensidade constante e igual a 108 km/h. Determine:

- a intensidade dos deslocamentos escalar e vetorial do aeromodelo ao completar uma volta;
- a intensidade de aceleração vetorial do aeromodelo num instante qualquer do movimento.

**Resolução:**

$$a) \Delta s = 2\pi R \Rightarrow \Delta s \approx 2 \cdot 3 \cdot 18 \text{ (m)}$$

$$\Delta s \approx 108 \text{ m}$$

$$|\Delta \vec{r}| = 0$$

$$b) v = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{108}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 30 \text{ m/s}$$

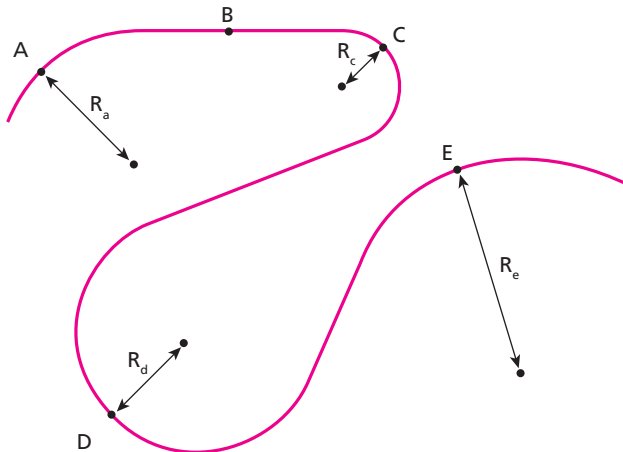
Movimento circulante uniforme:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} \Rightarrow a_{cp} = \frac{(30)^2}{18} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$a_{cp} = 50 \text{ m/s}^2$$

**Respostas:** a)  $\approx 108 \text{ m}$ , zero; b)  $50 \text{ m/s}^2$

**58** Um móvel executa um movimento com velocidade escalar constante ao longo de uma trajetória plana, composta de trechos retilíneos e trechos em arcos de circunferências, conforme indica a figura a seguir. Os raios de curvatura nos pontos **A**, **C**, **D** e **E** estão indicados na ilustração:



$$R_a = 2,50 \text{ m} \quad R_c = 1,20 \text{ m} \quad R_d = 1,70 \text{ m} \quad R_e = 3,50 \text{ m}$$

Pode-se afirmar corretamente que o valor máximo da aceleração vetorial ocorreu quando o móvel passava nas proximidades do ponto:

- A.
- B.
- C.
- D.
- E.

**Resolução:**

Nos trechos curvilíneos, o móvel realiza movimento circular e uniforme e sua aceleração vetorial é centrípeta.

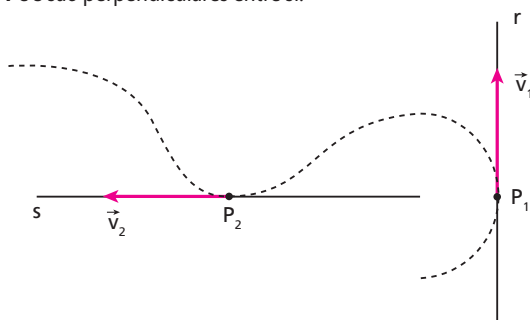
$$a_{cp} = \frac{v^2}{R}$$

Sendo  $v$  constante,  $a_{cp}$  é inversamente proporcional a  $R$ . Assim, em **C**, ocorre  $R_{\min}$  e  $a_{cp\max}$ .

**Resposta:** c



**59** Um carrinho percorre a trajetória representada na figura, passando pelo ponto  $P_1$  no instante  $t_1 = 5,0$  s, com velocidade vetorial  $\vec{v}_1$ , e pelo ponto  $P_2$  no instante  $t_2 = 10$  s, com velocidade vetorial  $\vec{v}_2$ . As retas  $r$  e  $s$  são perpendiculares entre si.

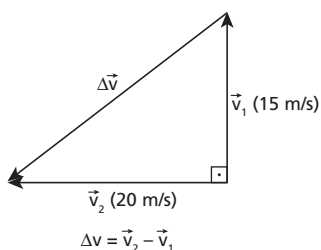


Sabendo que  $|\vec{v}_1| = 15$  m/s e que  $|\vec{v}_2| = 20$  m/s, calcule para o percurso de  $P_1$  a  $P_2$  o módulo dos seguintes vetores:

- a) variação de velocidade vetorial;
- b) aceleração vetorial média.

**Resolução:**

a)



**Teorema de Pitágoras:**

$$|\vec{v}|^2 = (15)^2 + (20)^2$$

$$|\Delta\vec{v}| = 25 \text{ m/s}$$

b)  $|\vec{a}_m| = \frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} \Rightarrow |\vec{a}_m| = \frac{25 \text{ m/s}}{5,0 \text{ s}} \Rightarrow |\vec{a}_m| = 5,0 \text{ m/s}^2$

**Respostas:** a) 25 m/s; b) 5,0 m/s<sup>2</sup>

**60** Analise as proposições:

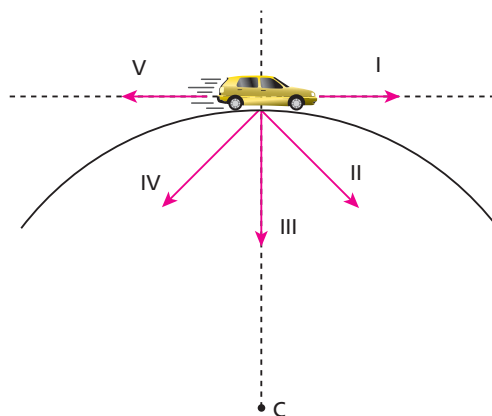
- I. No movimento retilíneo e acelerado, a aceleração tangencial é não-nula e a aceleração centrípeta é nula.
- II. No movimento parabólico e retardado, as acelerações tangencial e centrípeta são não-nulas.
- III. No movimento circular e uniforme, a aceleração tangencial é nula e a aceleração centrípeta é não-nula.

Podemos afirmar que:

- a) Todas são corretas.
- b) Todas são incorretas.
- c) Apenas I e II são corretas.
- d) Apenas I e III são corretas.
- e) Apenas II e III são corretas.

**Resposta:** a

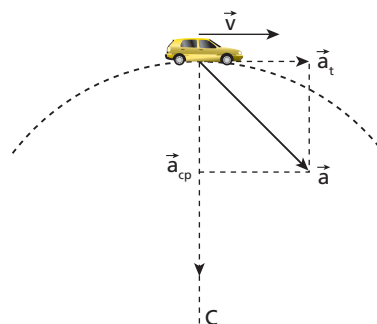
**61** O carrinho esquematizado na figura a seguir percorre a trajetória circular da esquerda para a direita. I, II, III, IV e V são vetores que podem estar associados ao movimento. Indique, justificando, que vetores representam melhor a velocidade e a aceleração do carrinho nos seguintes casos:



- a) o movimento é acelerado;
- b) o movimento é retardado;
- c) o movimento é uniforme.

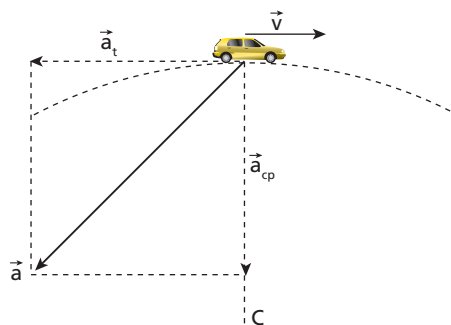
**Resolução:**

a)



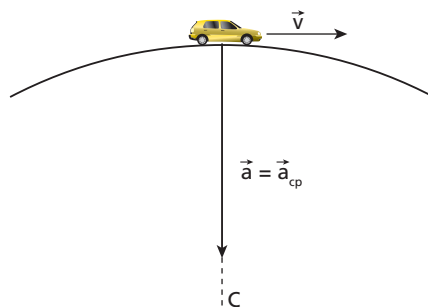
$\vec{v}$ : vetor I;  $\vec{a}$ : vetor II

b)



$\vec{v}$ : vetor I;  $\vec{a}$ : vetor IV

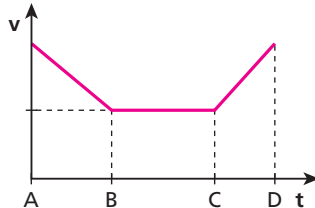
c)



$\vec{v}$ : vetor I;  $\vec{a}$ : vetor III

**Respostas:** a) I e II; b) I e IV; c) I e III

**62** O gráfico ao lado representa o módulo da velocidade ( $v$ ) de um automóvel em função do tempo ( $t$ ) quando ele percorre um trecho circular de uma rodovia.



Em relação a esse movimento, podemos afirmar que:

- entre **A e B**, a aceleração tangencial é nula.
- entre **B e C**, a aceleração tangencial é nula.
- entre **B e C**, a aceleração centrípeta é nula.
- entre **C e D**, a aceleração centrípeta é nula.
- entre **C e D**, a aceleração tangencial tem sentido oposto ao da velocidade.

**Resolução:**

• **Entre B e C:**  $\vec{a}_t \neq \vec{0}$  e  $\vec{a}_{cp} \neq \vec{0}$   
( $\vec{a}_t$  e  $\vec{v}$  com sentidos opostos)

• **Entre B e C:**  $\vec{a}_t = \vec{0}$  e  $\vec{a}_{cp} \neq \vec{0}$

• **Entre C e D:**  $\vec{a}_t \neq \vec{0}$  e  $\vec{a}_{cp} \neq \vec{0}$   
( $\vec{a}_t$  e  $\vec{v}$  com o mesmo sentido)

**Resposta:** b

**63** Admita que a trajetória da Terra em torno do Sol seja uma circunferência de raio  $R = 1,5 \cdot 10^{11}$  m e que o ano terrestre tenha duração  $T = 3,1 \cdot 10^7$  s. Considerando o movimento de translação da Terra em torno do Sol e adotando  $\pi \approx 3,1$ , determine:

- o módulo da velocidade vetorial do planeta em km/s;
- a intensidade da sua aceleração vetorial em  $m/s^2$ .

**Resolução:**

- a) O movimento de translação do planeta deve ser considerado uniforme:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T}$$

$$v = \frac{2 \cdot 3,1 \cdot 1,5 \cdot 10^8}{3,1 \cdot 10^7} \text{ (km/s)}$$

$$v = 30 \text{ km/s}$$

- b)  $a_{cp} = \frac{v^2}{R}$

$$a_{cp} = \frac{(3,0 \cdot 10^3)^2}{1,5 \cdot 10^{11}} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$a_{cp} = 6,0 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

**Respostas:** a) 30 km/s; b)  $6,0 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$

**64 E.R.** Uma partícula descreve uma circunferência de 12 m de raio com aceleração escalar constante e igual a  $4,0 \text{ m/s}^2$ . Determine a intensidade da aceleração vetorial da partícula no instante em que sua velocidade for de  $6,0 \text{ m/s}$ .

**Resolução:**

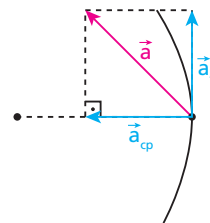
A aceleração tangencial tem intensidade igual ao módulo da aceleração escalar:

$$|\vec{a}_t| = |\alpha| = 4,0 \text{ m/s}^2$$

A aceleração centrípeta tem intensidade dada por:

$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R} = \frac{(6,0)^2}{12} \text{ (m/s}^2\text{)} \Rightarrow a_{cp} = 3,0 \text{ m/s}^2$$

A aceleração vetorial tem intensidade calculada pelo **Teorema de Pitágoras**:



$$|\vec{a}| = \sqrt{(|\vec{a}_t|)^2 + (|\vec{a}_{cp}|)^2}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(4,0)^2 + (3,0)^2}$$

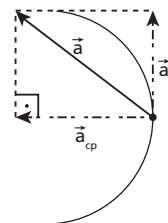
$$|\vec{a}| = 5,0 \text{ m/s}^2$$

**65** A extremidade de uma das pás de um ventilador descreve uma circunferência de raio  $0,50$  m, com aceleração escalar de módulo  $1,5 \text{ m/s}^2$ . No instante em que a velocidade vetorial dessa extremidade tiver módulo igual a  $1,0 \text{ m/s}$ , calcule a intensidade de sua aceleração vetorial.

**Resolução:**

$$|\vec{a}_t| = |\alpha| = 1,5 \text{ m/s}^2$$

$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R} \Rightarrow |\vec{a}_{cp}| = \frac{1,0^2}{0,50} = 2,0 \text{ m/s}^2$$



**Teorema de Pitágoras:**

$$|\vec{a}|^2 = (1,5)^2 + (2,0)^2$$

$$|\vec{a}| = 2,5 \text{ m/s}^2$$

**Resposta:**  $2,5 \text{ m/s}^2$

**66** Uma partícula percorre uma trajetória circular de  $6,0$  m de diâmetro, obedecendo à função:

$$v = 1,0 + 4,0 t$$

com  $v$  em m/s e  $t$  em s. Para o instante  $t = 0,50$  s, determine:

- a intensidade da velocidade vetorial;
- a intensidade da aceleração vetorial.

**Resolução:**

- a) Para  $t = 0,50$  s:

$$v = 1,0 + 4,0(0,50) \Rightarrow v = 3,0 \text{ m/s}$$

b) **MUV:**  $v = v_0 + \alpha t$

Sendo  $v = 1,0 + 4,0t$ , conclui-se que

$$\alpha = 4,0 \text{ m/s}^2 \text{ e } |\vec{a}_t| = 4,0 \text{ m/s}^2$$

$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R} \Rightarrow |\vec{a}_{cp}| = \frac{(3,0)^2}{3,0} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

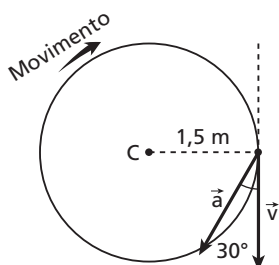
$$|\vec{a}_{cp}| = 3,0 \text{ m/s}^2$$

**Teorema de Pitágoras:**  $|\vec{a}|^2 = |\vec{a}_t|^2 + |\vec{a}_{cp}|^2$

$$|\vec{a}|^2 = (4,0)^2 + (3,0)^2 \Rightarrow |\vec{a}| = 5,0 \text{ m/s}^2$$

**Respostas:** a) 3,0 m/s; b) 5,0 m/s<sup>2</sup>

**67** Uma partícula percorre uma circunferência de 1,5 m de raio no sentido horário, como está representado na figura. No instante  $t_0$ , a velocidade vetorial da partícula é  $\vec{v}$  e a aceleração vetorial é  $\vec{a}$ .



Sabendo que  $|\vec{v}| = 3,0 \text{ m/s}$ :

a) calcule  $|\vec{a}|$ ;

b) diga se no instante  $t_0$  o movimento é **acelerado** ou **retardado**. Justifique sua resposta.

**Resolução:**

$$a) |\vec{a}_{cp}| = \frac{|\vec{v}|^2}{R} = \frac{(3,0)^2}{1,5} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$|\vec{a}_{cp}| = 6,0 \text{ m/s}^2$$

$$|\vec{a}_t| \sin 30^\circ = |\vec{a}_{cp}|$$

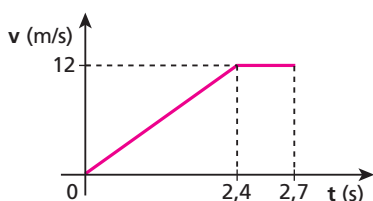
$$|\vec{a}_t| \cdot \frac{1}{2} = 6,0$$

Donde:  $|\vec{a}| = 12 \text{ m/s}^2$

b) O movimento é acelerado no instante  $t_0$ , já que a componente tangencial de  $\vec{a}$  ( $\vec{a}_t$ ) tem o mesmo sentido de  $\vec{v}$ .

**Respostas:** a) 12 m/s<sup>2</sup>; b) O movimento é acelerado.

**68** Uma partícula parte do repouso e dá uma volta completa numa circunferência de raio  $R$ , gastando um intervalo de tempo de 2,7 s. A variação da sua velocidade escalar com o tempo pode ser observada no gráfico abaixo.



Adotando  $\pi \approx 3,0$ , calcule:

a) o valor de  $R$ ;

b) a intensidade da aceleração vetorial da partícula no instante  $t = 1,2 \text{ s}$ .

**Resolução:**

$$a) \Delta s = \text{"área"} \Rightarrow 2 \cdot 3,0 R = \frac{(2,7 + 0,3) \cdot 12}{2}$$

$$R = 3,0 \text{ m}$$

$$b) \alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \alpha = \frac{12 \text{ m/s}}{2,4 \text{ s}} = 5,0 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Logo: } |\vec{a}_t|^2 = 5,0 \text{ m/s}^2$$

Para  $t = 1,2 \text{ s}$ , obtém-se  $v = 6,0 \text{ m/s}$ .

$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R} \Rightarrow |\vec{a}_{cp}| = \frac{(6,0)^2}{3,0} \text{ (m/s}^2\text{)} \Rightarrow |\vec{a}_{cp}| = 12 \text{ m/s}^2$$

**Teorema de Pitágoras:**

$$|\vec{a}|^2 = |\vec{a}_t|^2 + |\vec{a}_{cp}|^2$$

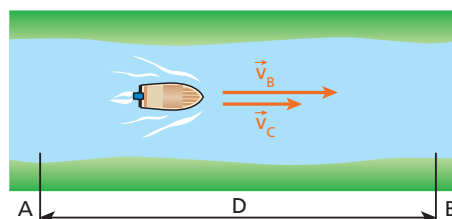
$$|\vec{a}|^2 = (5,0)^2 + (12)^2 \Rightarrow |\vec{a}| = 13 \text{ m/s}^2$$

**Respostas:** a) 3,0 m; b) 13 m/s<sup>2</sup>

**69 E.R.** Um barco motorizado desce um rio deslocando-se de um porto **A** até um porto **B**, distante 36 km, em 0,90 h. Em seguida, esse mesmo barco sobe o rio deslocando-se do porto **B** até o porto **A** em 1,2 h. Sendo  $v_B$  a intensidade da velocidade do barco em relação às águas e  $v_C$  a intensidade da velocidade das águas em relação às margens, calcule  $v_B$  e  $v_C$ .

**Resolução:**

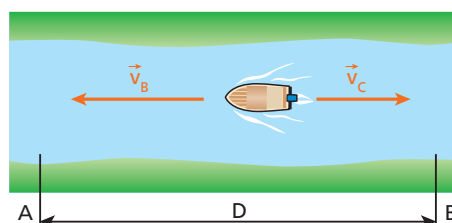
**O barco desce o rio:**



$$v_B + v_C = \frac{D}{\Delta t_1} \Rightarrow v_B + v_C = \frac{36 \text{ km}}{0,90 \text{ h}}$$

$$v_B + v_C = 40 \text{ (km/h)} \quad (I)$$

**O barco sobe o rio:**



$$v_B - v_C = \frac{D}{\Delta t_2} \Rightarrow v_B - v_C = \frac{36 \text{ km}}{1,2 \text{ h}}$$

$$v_B - v_C = 30 \text{ (km/h)} \quad (II)$$

Fazendo (I) + (II), vem:

$$2 v_B = 70 \Rightarrow v_B = 35 \text{ km/h}$$

De (I) ou (II), obtemos:

$$v_C = 5,0 \text{ km/h}$$

**70** Considere um rio cujas águas correm com velocidade de intensidade 3,0 km/h em relação às margens. Um barco desce esse rio, deslocando-se de um porto **A** até um porto **B** em 1,2 h. Em seguida, esse mesmo barco sobe o rio, deslocando-se do porto **B** até o porto **A** em 1,8 h. Sendo  $v_B$  a intensidade da velocidade do barco em relação às águas e **D** a distância entre os portos **A** e **B**, calcule  $v_B$  e **D**.

**Resolução:**

• **O barco desce o rio:**

$$v_B + 3,0 = \frac{D}{1,2} \quad (I)$$

• **O barco sobe o rio:**

$$v_B - 3,0 = \frac{D}{1,8} \quad (II)$$

$$(I) - (II) : 6,0 = \frac{D}{1,2} - \frac{D}{1,8}$$

$$6,0 = \frac{(1,8 - 1,2) \cdot D}{1,2 \cdot 1,8} \Rightarrow \boxed{D = 21,6 \text{ km}}$$

$$\text{De (I) : } v_B + 3,0 = \frac{21,6}{1,2}$$

$$\boxed{v_B = 15,0 \text{ km/h}}$$

**Respostas:**  $v_B = 15,0 \text{ km/h}$  e  $D = 21,6 \text{ km}$

**71** Um artista de cinema, ao gravar uma das cenas de um filme de aventura, vai de um extremo ao outro de um vagão de um trem, que se move em trilhos retilíneos com velocidade constante de 36 km/h, gastando 20 s. Sabendo que o vagão tem comprimento de 100 m e que o artista se move no mesmo sentido do movimento do trem, calcule:  
 a) a intensidade da velocidade do artista em relação ao trem;  
 b) o intervalo de tempo necessário para que o artista percorra 60 m em relação ao solo.

**Resolução:**

$$a) v_A = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow v_A = \frac{100 \text{ m}}{20 \text{ s}}$$

$$\boxed{v_A = 5,0 \text{ m/s} = 18 \text{ km/h}}$$

$$b) v_A + v_T = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 5,0 + 10 = \frac{60}{\Delta t}$$

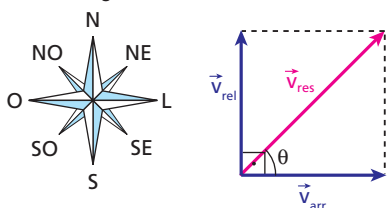
$$\boxed{\Delta t = 4,0 \text{ s}}$$

**Respostas:** a) 18 km/h; b) 4,0 s

**72 | E.R.** Ao fazer um vôo entre duas cidades, um ultraleve é posicionado por seu piloto de Sul para Norte. O motor impulsiona a aeronave com velocidade constante de módulo igual a 100 km/h. Durante o trajeto, passa a soprar um vento de velocidade 100 km/h, de Oeste para Leste. Se o piloto não mudar as condições iniciais do movimento do ultraleve, qual será a nova velocidade desse aparelho em relação à Terra, em módulo, direção e sentido?

**Resolução:**

A velocidade que o ultraleve passa a ter, em relação à Terra, é dada pela soma vetorial a seguir:



em que:

$\vec{v}_{rel}$  é a velocidade do ultraleve em relação ao ar (100 km/h);

$\vec{v}_{arr}$  é a velocidade do ar em relação à Terra (100 km/h);

$\vec{v}_{res}$  é a velocidade do ultraleve em relação à Terra.

Dessa forma, aplicando o **Teorema de Pitágoras**, temos:

$$v_{res}^2 = v_{rel}^2 + v_{arr}^2$$

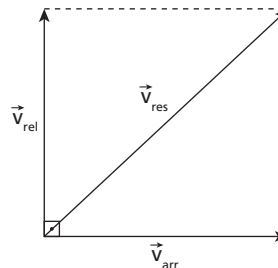
$$v_{res}^2 = 100^2 + 100^2 \Rightarrow \boxed{v_{res} \approx 141 \text{ km/h}}$$

O ângulo  $\theta$  da figura, cujo valor é igual a  $45^\circ$ , já que  $v_{rel} = v_{arr}$ , define a direção da velocidade  $\vec{v}_{res}$ . Na rosa-dos-ventos, notamos que sua orientação de  $v_{res}$  é de Sudoeste (SO) para Nordeste (NE).

**73** Uma pessoa deseja atravessar um rio cujas águas correm com velocidade constante de 6,0 m/s em relação às margens. Para tanto, usa um barco provido de motor de popa capaz de impulsionar a embarcação com uma velocidade constante de módulo igual a 8,0 m/s em relação às águas. Se o barco é colocado perpendicularmente às margens, e mantendo-se o leme nessa direção, sua velocidade em relação à Terra será:

- a) 2,0 m/s. b) 6,0 m/s. c) 8,0 m/s. d) 10,0 m/s. e) 14,0 m/s.

**Resolução:**



**Teorema de Pitágoras:**

$$v_{res}^2 = v_{rel}^2 + v_{arr}^2$$

$$v_{res}^2 = (8,0)^2 + (6,0)^2$$

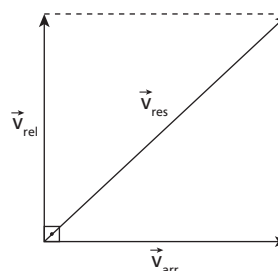
$$\boxed{v_{res} = 10,0 \text{ m/s}}$$

**Resposta:** d

**74** (UFMT) Um homem tem velocidade, relativa a uma esteira, de módulo 1,5 m/s e direção perpendicular à da velocidade de arrastamento da esteira. A largura da esteira é de 3,0 m e sua velocidade de arrastamento, em relação ao solo, tem módulo igual a 2,0 m/s. Calcule:  
 a) o módulo da velocidade da pessoa em relação ao solo;  
 b) a distância percorrida pela pessoa, em relação ao solo, ao atravessar a esteira.

**Resolução:**

a)



**Teorema de Pitágoras:**

$$v_{res}^2 = v_{rel}^2 + v_{arr}^2$$

$$v_{res}^2 = (1,5)^2 + (2,0)^2$$

$$v_{res}^2 = 2,5 \text{ m/s}$$

$$b) v_{rel} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow 1,5 = \frac{3,0}{\Delta t}$$

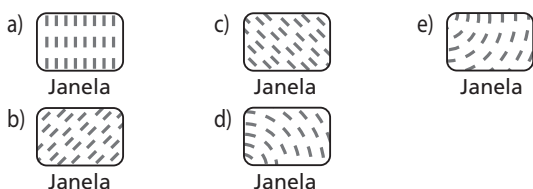
$$\Delta t = 2,0 \text{ s}$$

$$v_{res} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 2,5 = \frac{\Delta s}{2,0}$$

$$\Delta s = 5,0 \text{ m}$$

**Respostas:** a) 2,5 m/s; b) 5,0 m

**75** (Mack-SP) Um passageiro em um trem, que se move para sua direita em movimento retilíneo e uniforme, observa a chuva através da janela. Não há ventos e as gotas de chuva já atingiram sua velocidade-limite. O aspecto da chuva observado pelo passageiro é:

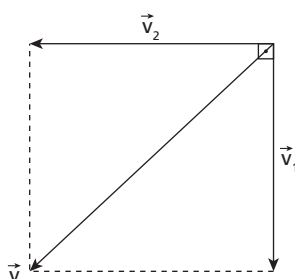


**Resolução:**

O observador “enxerga” em cada gota dois movimentos parciais: o vertical de queda e o horizontal para a esquerda devido à aproximação das gotas.

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$

**Resposta:** b



**76** Um garoto vai da base de uma escada rolante até seu topo e volta do topo até sua base, gastando um intervalo de tempo total de 12 s. A velocidade dos degraus da escada rolante em relação ao solo é de 0,50 m/s e a velocidade do garoto em relação aos degraus é de 1,5 m/s. Desprezando o intervalo de tempo gasto pelo garoto na inversão do sentido do seu movimento, calcule o comprimento da escada rolante.

**Resolução:**

$$(I) v_E + v_G = \frac{C}{\Delta t_1} \Rightarrow 1,5 + 0,50 = \frac{C}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{C}{2,0}$$

$$(II) v_E - v_G = \frac{C}{\Delta t_2} \Rightarrow 1,5 - 0,50 = \frac{C}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{C}{1,0}$$

$$(III) \Delta t_1 + \Delta t_2 = 12 \Rightarrow \frac{C}{2,0} + \frac{C}{1,0} = 12 \Rightarrow C = 8,0 \text{ m}$$

**Resposta:** 8,0 m

**77** Uma balsa percorre o Rio Cuiabá de Porto Cercado a Porto Jofre (Pantanal matogrossense), gastando 9,0 h na descida e 18 h na subida. O motor da balsa funciona sempre em regime de potência máxima, tal

que a velocidade da embarcação em relação às águas pode ser considerada constante. Admitindo que a velocidade das águas também seja constante, responda: quanto tempo uma rolha, lançada na água em Porto Cercado e movida sob a ação exclusiva da correnteza, gastará para chegar até Porto Jofre?

**Resolução:**

**A balsa desce o rio:**  $v_B + v_C = \frac{D}{9,0}$  (I)

**A balsa sobe o rio:**  $v_B - v_C = \frac{D}{18}$  (II)

$$(I) - (II): 2v_C = \frac{D}{9,0} - \frac{D}{18} \Rightarrow v_C = \frac{D}{36}$$
 (III)

**A rolha desce o rio sob a ação exclusiva da correnteza:**

$$v_C = \frac{D}{\Delta t}$$
 (IV)

Comparando (III) e (IV), obtemos:

$$\Delta t = 36 \text{ h}$$

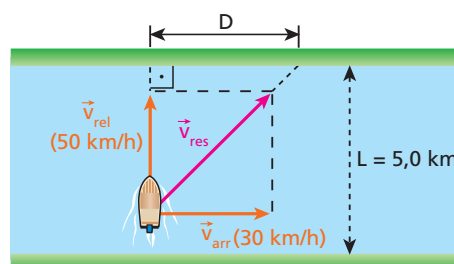
**Resposta:** 36 h

**78 E.R.** Um rio de margens retilíneas e largura constante igual a 5,0 km tem águas que correm paralelamente às margens, com velocidade de intensidade 30 km/h. Um barco, cujo motor lhe imprime velocidade de intensidade sempre igual a 50 km/h em relação às águas, faz a travessia do rio.

- Qual o mínimo intervalo de tempo possível para que o barco atravesse o rio?
- Na condição de atravessar o rio no intervalo de tempo mínimo, que distância o barco percorre paralelamente às margens?
- Qual o intervalo de tempo necessário para que o barco atravesse o rio percorrendo a menor distância possível?

**Resolução:**

- A travessia do rio é feita no menor intervalo de tempo possível quando a velocidade do barco em relação às águas é mantida **perpendicular** à velocidade da correnteza. (O movimento relativo é independente do movimento de arrastamento.)



**Travessia em tempo mínimo**

$$v_{rel} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow 50 = \frac{5,0}{\Delta t}$$

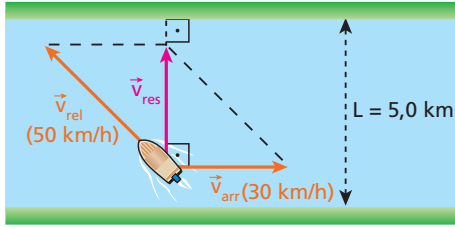
$$\Delta t = 0,10 \text{ h} = 6,0 \text{ min}$$

- A distância **D** que o barco percorre paralelamente às margens, arrastado pelas águas do rio, é calculada por:

$$v_{arr} = \frac{D}{\Delta t} \Rightarrow 30 = \frac{D}{0,10}$$

$$D = 3,0 \text{ km}$$

c) A travessia do rio é feita com o barco percorrendo a menor distância possível entre as margens quando sua velocidade em relação ao solo (velocidade resultante) é mantida **perpendicular** à velocidade da correnteza.



**Travessia em distância mínima**

I. Pelo **Teorema de Pitágoras**:

$$v_{rel}^2 = v_{res}^2 + v_{arr}^2$$

$$(50)^2 = v_{res}^2 + (30)^2 \Rightarrow$$

$$v_{res} = 40 \text{ km/h}$$

II.  $v_{res} = \frac{L}{\Delta t'} \Rightarrow 40 = \frac{5,0}{\Delta t'}$

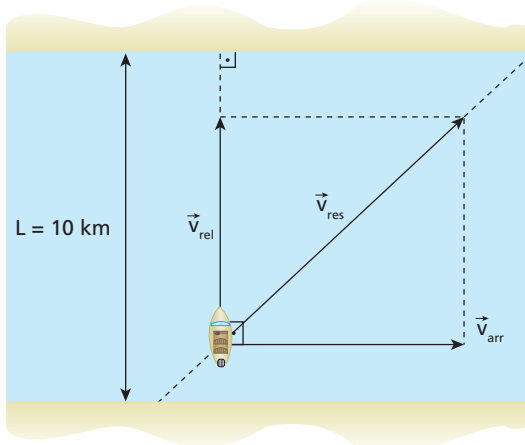
$$\Delta t' = 0,125 \text{ h} = 7,5 \text{ min}$$

**79** Um barco provido de um motor que lhe imprime velocidade de 40 km/h em relação às águas é posto a navegar em um rio de margens paralelas e largura igual a 10 km, cujas águas correm com velocidade de 30 km/h em relação às margens.

- a) Qual o menor intervalo de tempo para que o barco atravesse o rio? Esse intervalo de tempo depende da velocidade da correnteza?
- b) Supondo que o barco atravesse o rio no menor intervalo de tempo possível, qual a distância percorrida por ele em relação às margens?

**Resolução:**

a)



$$v_{rel} = \frac{L}{T} \Rightarrow 40 = \frac{10}{T}$$

$$T = 0,25 \text{ h} = 15 \text{ min}$$

T independente de  $v_{arr}$   
(Princípio de Galileo)

b) **Teorema de Pitágoras:**

$$v_{res}^2 = v_{rel}^2 + v_{arr}^2$$

$$v_{res}^2 = (40)^2 + (30)^2$$

$$v_{res} = 50 \text{ km/h}$$

$$v_{res} = \frac{\Delta s}{T} \Rightarrow 50 = \frac{\Delta s}{0,25}$$

$$\Delta t = 12,5 \text{ km}$$

**Respostas:** a) 15 min; independe; b) 12,5 km

**80** Seja  $\vec{v}_1$  a velocidade de um barco em relação às águas de um rio de margens paralelas e  $\vec{v}_2$  a velocidade das águas em relação às margens. Sabendo que  $v_1 = 40 \text{ km/h}$  e que  $v_2 = 20 \text{ km/h}$ , determine o ângulo entre  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$  para que o barco atravesse o rio perpendicularmente às margens. Admita que  $\vec{v}_2$  seja paralela às margens.

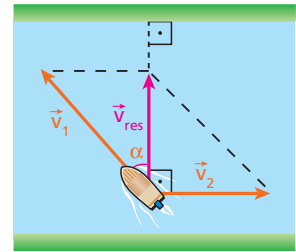
**Resolução:**

**Travessia em distância mínima:**

$$\sin \alpha = \frac{|\vec{v}_2|}{|\vec{v}_1|} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{20}{40}$$

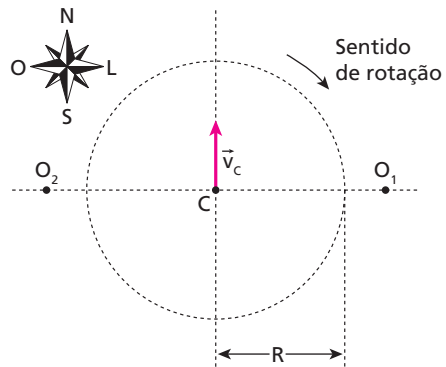
$$\sin \alpha = 0,50 \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$\theta = 30^\circ + 90^\circ \Rightarrow \theta = 120^\circ$$



**Resposta:** 120°

**81** O olho **C** de um furacão desloca-se em linha reta com velocidade de intensidade  $v_c = 150 \text{ km/h}$  em relação à Terra na direção Sul-Norte, dirigindo-se para o Norte. A massa de nuvens desse ciclone tropical, contida em um plano horizontal paralelo ao solo, realiza uma rotação uniforme no sentido horário em torno de **C** abrangendo uma região praticamente circular de raio **R** igual a 100 km, conforme ilustra a figura, em que **O**<sub>1</sub> e **O**<sub>2</sub> são dois observadores em repouso em relação à superfície terrestre.



Sabendo que a velocidade angular da massa de nuvens é constante e igual a 0,50 rad/h, responda:

- a) Qual a intensidade da velocidade dos ventos medida por **O**<sub>1</sub>?
- b) Qual a intensidade da velocidade dos ventos medida por **O**<sub>2</sub>?
- c) De que lado (Leste ou Oeste) o furacão tem maior poder de destruição?

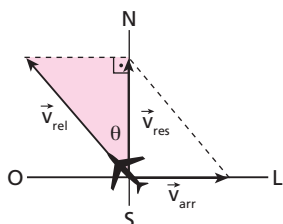
**Respostas:** a) 200 km/h; b) 100 km/h; c) Oeste

**82** (Unifei-MG) A cidade de Belo Horizonte (BH) localiza-se a 300 km ao norte da cidade de Volta Redonda. Se um avião sai desta

cidade rumo a BH num dia de vento soprando na direção Leste-Oeste, no sentido de Oeste para Leste, com velocidade de módulo 60 km/h, pergunta-se: em que direção o piloto deve aproar o eixo longitudinal do seu avião para manter o rumo Sul-Norte e completar seu percurso em 0,50 h? Considere que o voo ocorre com velocidade constante e utilize a tabela apresentada a seguir:

|                     |      |      |      |      |      |
|---------------------|------|------|------|------|------|
| $\theta$ (graus)    | 5,0  | 5,7  | 6,0  | 6,7  | 8,0  |
| $\text{tg } \theta$ | 0,09 | 0,10 | 0,11 | 0,12 | 0,14 |

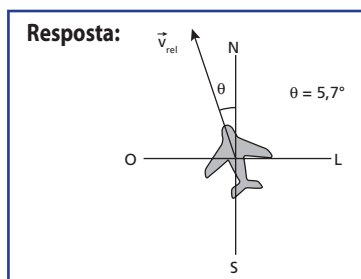
**Resolução:**



$$(I) v_{\text{res}} = \frac{D}{\Delta t} \Rightarrow v_{\text{res}} = \frac{300 \text{ km}}{0,50 \text{ h}} \Rightarrow v_{\text{res}} = 600 \text{ km/h}$$

$$(II) \text{tg } \theta = \frac{v_{\text{arr}}}{v_{\text{res}}} = \frac{60}{600}$$

$$\text{tg } \theta = 0,10 \xrightarrow{\text{tabela}} \theta = 5,7^\circ$$



**83** (Vunesp-SP) Sob a ação de um vento horizontal com velocidade de intensidade  $v = 15 \text{ m/s}$ , gotas de chuva caem formando um ângulo de  $30^\circ$  em relação à vertical. A velocidade de um vento horizontal capaz de fazer com que essas mesmas gotas de chuva caiam formando um ângulo de  $60^\circ$  em relação à vertical deve ter intensidade, em  $\text{m/s}$ , igual a:

- a) 45.    b) 30.    c) 20.    d) 15.    e) 10.

**Resposta:** a

**84 E.R.** Num dia de chuva, um garoto em repouso consegue abrigar-se perfeitamente mantendo a haste do seu guarda-chuva vertical, conforme ilustra a Fig. 1. Movimentando-se para a direita com velocidade de intensidade  $4,0 \text{ m/s}$ , entretanto, ele só consegue abrigar-se mantendo a haste do guarda-chuva inclinada  $60^\circ$  com a horizontal, conforme ilustra a Fig. 2.



Figura (1)

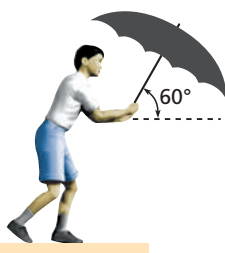


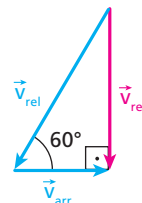
Figura (2)

Admitindo que as gotas de chuva tenham movimento uniforme, calcule a intensidade da sua velocidade em relação ao garoto:

- a) nas condições da Fig. 1;    b) nas condições da Fig. 2.

**Resolução:**

Sendo  $\vec{v}_{\text{rel}}$  a velocidade das gotas de chuva em relação ao garoto,  $\vec{v}_{\text{arr}}$  a velocidade do garoto em relação ao solo e  $\vec{v}_{\text{res}}$  a velocidade das gotas de chuva em relação ao solo, temos:



$$\vec{v}_{\text{res}} = \vec{v}_{\text{rel}} + \vec{v}_{\text{arr}}$$

$$a) \text{tg } 60^\circ = \frac{v_{\text{res}}}{v_{\text{arr}}} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{v_{\text{res}}}{4,0}$$

$$v_{\text{res}} = 4,0\sqrt{3} \text{ m/s}$$

Como o garoto está em repouso,  $\vec{v}_{\text{arr}} = \vec{0}$ . Logo  $\vec{v}_{\text{rel}} = \vec{v}_{\text{res}}$ .

$$v_{\text{rel}} = 4,0\sqrt{3} \text{ m/s} \approx 6,9 \text{ m/s}$$

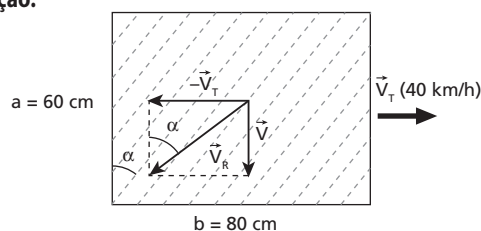
$$b) \cos 60^\circ = \frac{v_{\text{arr}}}{v_{\text{rel}}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4,0}{v_{\text{rel}}}$$

$$v_{\text{rel}} = 8,0 \text{ m/s}$$

**85** Um trem dotado de janelas laterais retangulares de dimensões  $80 \text{ cm}$  (base)  $\times$   $60 \text{ cm}$  (altura) viaja ao longo de uma ferrovia retilínea e horizontal com velocidade constante de intensidade  $40 \text{ km/h}$ . Ao mesmo tempo, cai uma chuva vertical (chuva sem vento), de modo que as gotas apresentam, em relação ao solo, velocidade constante de intensidade  $v$ . Sabendo que o trajeto das gotas de chuva observado das janelas laterais do trem tem a direção da diagonal dessas janelas, determine:

- a) o valor de  $v$ ;  
b) a intensidade da velocidade das gotas de chuva em relação a um observador no trem.

**Resolução:**



$$a) \text{tg } \alpha = \frac{b}{a}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{V_T}{v}$$

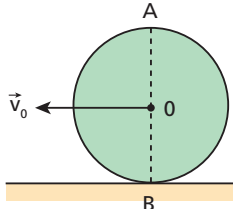
$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{V_T}{v} \Rightarrow \frac{80}{60} = \frac{40}{v} \Rightarrow v = 30 \text{ km/h}$$

$$b) V_R^2 = V_T^2 + v^2 \Rightarrow V_R^2 = (40)^2 + (30)^2 \Rightarrow v_R = 50 \text{ km/h}$$

**Respostas:** a) 30 km/h; b) 50 km/h

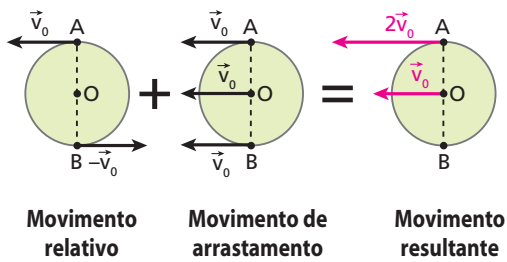
**86 E.R.** (Fuvest-SP) Um disco rola sobre uma superfície plana, sem deslizar. A velocidade do centro  $O$  é  $\vec{v}_0$ . Em relação ao plano de rolagem, responda:

- a) qual é a velocidade  $\vec{v}_B$  do ponto **B**?
- b) qual é a velocidade  $\vec{v}_A$  do ponto **A**?



**Resolução:**

Os pontos **A** e **B** têm **dois movimentos parciais**: o **relativo**, provocado pela **rotação** do disco, e o de **arrastamento**, provocado pela **translação**. O movimento **resultante**, observado do plano de rolagem, é a **composição** desses movimentos parciais. Como não há deslizamento da roda, a velocidade do ponto **B**, em relação ao plano de rolagem, é **nula**. Por isso, as velocidades desse ponto, devidas aos movimentos relativo e de arrastamento, devem ter mesmo módulo, mesma direção e sentidos opostos, como está representado nas figuras abaixo:



a) **Ponto B:**  $\vec{v}_B = \vec{v}_{rel} + \vec{v}_{arr} \Rightarrow \vec{v}_B = -\vec{v}_0 + \vec{v}_0$

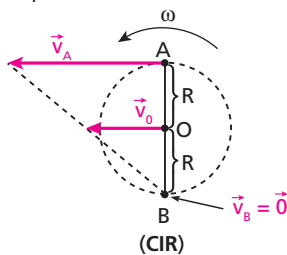
$\vec{v}_B = \vec{0}$

b) **Ponto A:**  $\vec{v}_A = \vec{v}_{rel} + \vec{v}_{arr} \Rightarrow \vec{v}_A = \vec{v}_0 + \vec{v}_0$

$\vec{v}_A = 2\vec{v}_0$

**Nota:**

- Em situações como essa, podemos raciocinar também em termos do **centro instantâneo de rotação** (CIR) que, no caso, é o ponto **B**. Tudo se passa como se **A** e **B** pertencessem a uma "barra rígida", de comprimento igual ao diâmetro do disco, articulada em **B**. Essa barra teria, no instante considerado, velocidade angular  $\omega$ , de modo que:

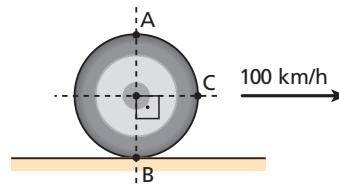


**Ponto A:**  $v_A = \omega \cdot 2R$

**Ponto O:**  $v_0 = \omega \cdot R$

$v_A = 2v_0$

**87** Um carro trafega a 100 km/h sobre uma rodovia retilínea e horizontal. Na figura, está representada uma das rodas do carro, na qual estão destacados três pontos: **A**, **B** e **C**.



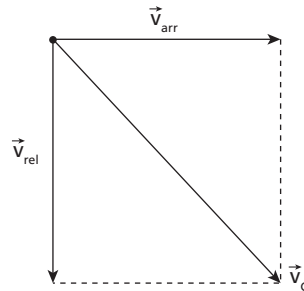
Desprezando derrapagens, calcule as intensidades das velocidades de **A**, **B** e **C** em relação à rodovia. Adote nos cálculos  $\sqrt{2} \approx 1,4$ .

**Resolução:**

$v_A = 2v_{carro} \Rightarrow v_A = 2 \cdot 100 \text{ km/h}$

$v_A = 200 \text{ km/h}$

$v_B = 0$  (não há derrapagens.)



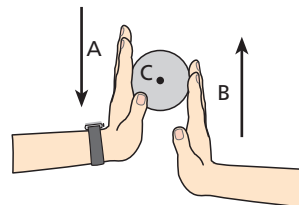
$v_C^2 = v_{rel}^2 + v_{arr}^2$

$v_C^2 = (100)^2 + (100)^2$

$v_C = 100\sqrt{2} \text{ km/h} \approx 140 \text{ km/h}$

**Respostas:**  $v_A = 200 \text{ km/h}$ ,  $v_B = 0$  e  $v_C = 140 \text{ km/h}$

**88 E.R.** Considere uma pessoa que tem entre as palmas de suas mãos um cilindro de eixo **C** horizontal. Admita que em determinado instante as mãos da pessoa estejam dotadas de movimentos verticais, com a mão esquerda (mão **A**) descendo, com velocidade de intensidade 8,0 cm/s, e a mão direita (mão **B**) subindo, com velocidade de intensidade 12 cm/s, conforme representa o esquema.



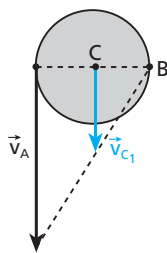
Supondo que não haja escorregamento do cilindro em relação às mãos, determine no instante considerado as características (intensidade, direção e sentido) da velocidade do eixo **C**.

**Resolução:**

Analisemos os efeitos parciais que cada mão provoca no cilindro.



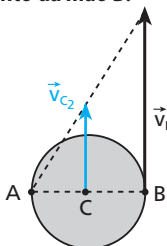
**I. Devido ao movimento da mão A:**



$$v_{C1} = \frac{v_A}{2}$$

$$v_{C1} = \frac{8,0 \text{ cm/s}}{2} \Rightarrow v_{C1} = 4,0 \text{ cm/s}$$

**II. Devido ao movimento da mão B:**

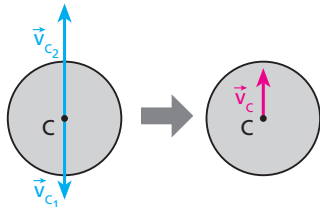


$$v_{C2} = \frac{v_B}{2}$$

$$v_{C2} = \frac{12 \text{ cm/s}}{2} \Rightarrow v_{C2} = 6,0 \text{ cm/s}$$

Superpondo os efeitos parciais provocados pelas duas mãos, obtemos o efeito resultante.

**III. Velocidade do eixo C:**



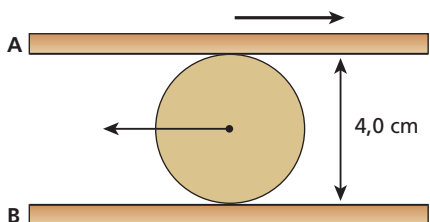
$$v_C = v_{C2} - v_{C1}$$

$$v_C = 6,0 \frac{\text{cm}}{\text{s}} - 4,0 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$v_C = 2,0 \text{ cm/s}$$

( $\vec{v}_C$  é vertical e dirigida para cima)

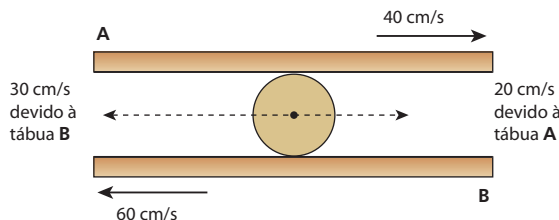
**89** (Fuvest-SP) Um cilindro de madeira de 4,0 cm de diâmetro rola sem deslizar entre duas tábuas horizontais móveis, **A** e **B**, como representa a figura. Em determinado instante, a tábua **A** se movimenta para a direita com velocidade de 40 cm/s e o centro do cilindro se move para a esquerda com velocidade de intensidade 10 cm/s. Qual é nesse instante a velocidade da tábua **B** em módulo e sentido?



**Resolução:**

Devido exclusivamente ao movimento da tábua **A**, o centro do cilindro move-se para a direita com velocidade de 20 cm/s.

Para que o centro do cilindro se mova para a esquerda com velocidade de 10 cm/s, a tábua **B** deve estar se movendo para a esquerda com velocidade de 60 cm/s, como esquematiza a figura.



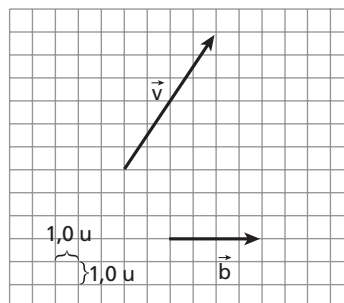
A velocidade resultante do centro do cilindro tem intensidade dada por:

$$V_R = 30 - 20 \Rightarrow V_R = 10 \text{ cm/s}$$

**Resposta:** 60 cm/s para a esquerda

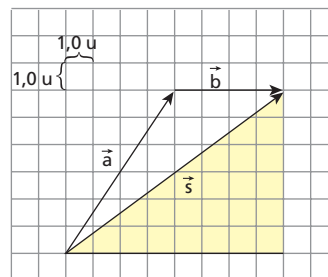
**90** Dados os vetores  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  representados na figura, determine o módulo de:

- a)  $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$ ;
- b)  $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ .



**Resolução:**

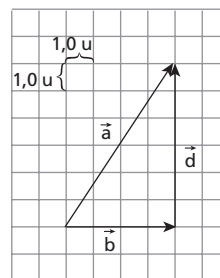
a)



Aplicando-se o **Teorema de Pitágoras** ao triângulo destacado, vem:

$$s^2 = (6,0)^2 + (8,0)^2 \Rightarrow s = 10,0 \text{ u}$$

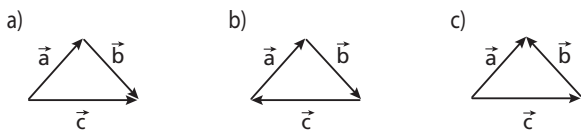
b)



Da figura:  $d = 6,0 u$

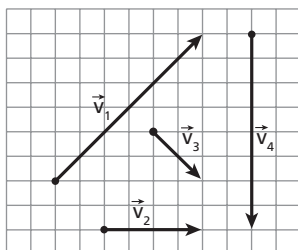
**Respostas:** a) 10,0 u; b) 6,0 u

**91** Determine em cada caso a expressão vetorial que relaciona os vetores  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  e  $\vec{c}$ .



**Respostas:** a)  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$   
 b)  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$   
 c)  $\vec{a} - \vec{c} = \vec{b}$

**92** No esquema, estão representados os vetores  $\vec{v}_1$ ,  $\vec{v}_2$ ,  $\vec{v}_3$  e  $\vec{v}_4$ . A relação vetorial correta entre esses vetores é:



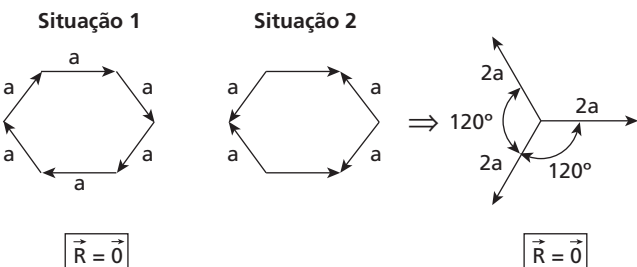
- a)  $\vec{v}_1 + \vec{v}_4 = \vec{v}_2 + \vec{v}_3$ .
- b)  $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 + \vec{v}_4 = \vec{0}$ .
- c)  $\vec{v}_1 + \vec{v}_3 + \vec{v}_4 = \vec{v}_2$ .
- d)  $\vec{v}_1 + \vec{v}_4 = \vec{v}_2$ .
- e)  $\vec{v}_1 + \vec{v}_3 = \vec{v}_4$ .

**Resposta:** a

**93** Seis vetores fecham um hexágono regular, dando resultante nula. Se trocarmos o sentido de três deles, alternadamente, a resultante terá módulo:

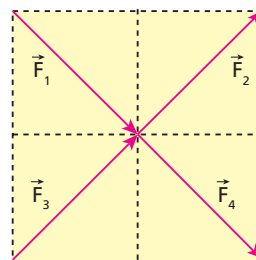
- a) igual ao de um vetor componente;
- b) 2 vezes o módulo de um vetor componente;
- c)  $2\sqrt{3}$  vezes o módulo de um vetor componente;
- d)  $3\sqrt{2}$  vezes o módulo de um vetor componente;
- e) nulo.

**Resolução:**



**Resposta:** e

**94** Na figura, estão representadas quatro forças,  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$ ,  $\vec{F}_3$  e  $\vec{F}_4$ , de intensidades iguais a  $\sqrt{2}N$ , superpostas às diagonais dos quadrados em que estão inseridas.



A intensidade da resultante dessas quatro forças é igual a:

- a) 0.
- b) 1 N.
- c) 2 N.
- d) 4 N.
- e) 8 N.

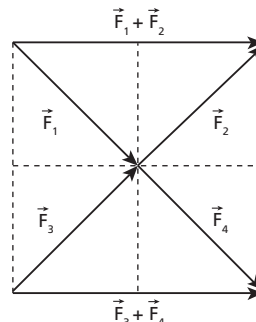
**Resolução:**

(I) Os quadrados em que estão inseridos  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$ ,  $\vec{F}_3$  e  $\vec{F}_4$  têm lados que representam forças de intensidade F. Aplicando o **Teorema de Pitágoras**, temos:

$$(F)^2 + (F)^2 = (\sqrt{2})^2 \Rightarrow 2F^2 = 2$$

$$F^2 = 1 \Rightarrow F = 1 \text{ N}$$

(II)



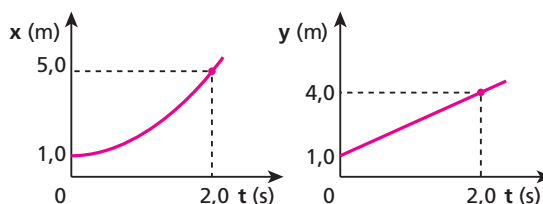
$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = 2F \Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = 2 \text{ N}$$

$$|\vec{F}_3 + \vec{F}_4| = 2F \Rightarrow |\vec{F}_3 + \vec{F}_4| = 2 \text{ N}$$

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4| = 4F \Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4| = 4 \text{ N}$$

**Resposta:** d

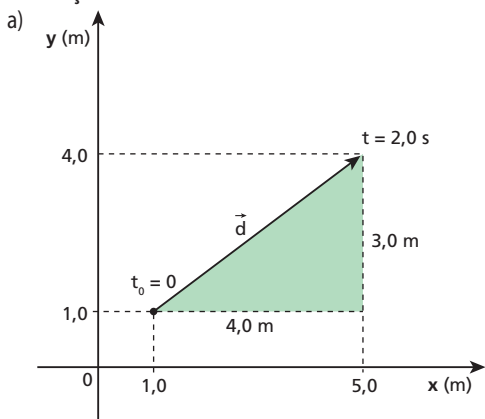
**95** Considere uma partícula em movimento sobre o plano cartesiano Oxy. Suas coordenadas de posição variam em função do tempo, conforme mostram os gráficos abaixo:



No intervalo de  $t_0 = 0$  a  $t_1 = 2,0$  s, calcule:

- a) a intensidade do deslocamento vetorial da partícula;
- b) a intensidade da sua velocidade vetorial média.

**Resolução:**



Aplicando o **Teorema de Pitágoras** ao triângulo destacado, vem:

$$|\vec{d}|^2 = (3,0)^2 + (4,0)^2$$

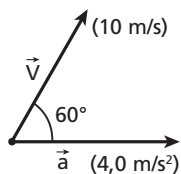
$$|\vec{d}| = 5,0 \text{ m}$$

b)  $|\vec{v}_m| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t}$

$$|\vec{v}_m| = \frac{5,0 \text{ m}}{2,0 \text{ s}} \Rightarrow |\vec{v}_m| = 2,5 \text{ m/s}$$

**Respostas:** a) 5,0 m; b) 2,5 m/s

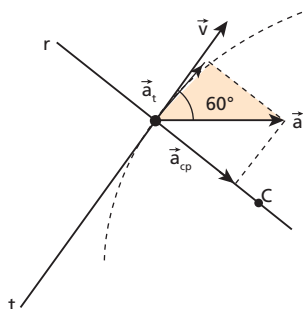
**96** (Fesp-SP) Em determinado instante, o vetor velocidade e o vetor aceleração de uma partícula são os representados na figura abaixo.



Qual dos pares oferecidos representa, no instante considerado, os valores da aceleração escalar  $\alpha$  e do raio de curvatura  $R$  da trajetória?

- a)  $\alpha = 4,0 \text{ m/s}^2$  e  $R = 0$ .
- b)  $\alpha = 4,0 \text{ m/s}^2$  e  $R = \infty$ .
- c)  $\alpha = 2,0 \text{ m/s}^2$  e  $R = 29 \text{ m}$ .
- d)  $\alpha = 2,0 \text{ m/s}^2$  e  $R = 2,9 \text{ m}$ .
- e)  $\alpha = 3,4 \text{ m/s}^2$  e  $R = 29 \text{ m}$ .

**Resolução:**



$$\alpha = |\vec{a}_t| = |\vec{a}| \cos 60^\circ$$

$$\alpha = 4,0 \cdot 0,50 \text{ (m/s}^2\text{)} \Rightarrow \alpha = 2,0 \text{ m/s}^2$$

$$|\vec{a}_{cp}| = |\vec{a}| \sin 60^\circ$$

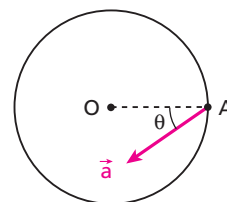
$$|\vec{a}_{cp}| \approx 4,0 \cdot 0,87 \text{ (m/s}^2\text{)} \Rightarrow |\vec{a}_{cp}| \approx 3,5 \text{ m/s}^2$$

$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{|\vec{v}|^2}{R} \Rightarrow 3,5 = \frac{(10)^2}{R}$$

$$R \approx 29 \text{ m}$$

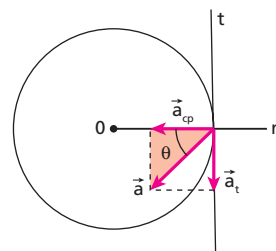
**Resposta:** c

**97** (Esc. Naval-RJ) Uma partícula move-se ao longo de uma circunferência de raio igual a 1,0 m e, em certo instante, quando ela passa por um ponto **A**, sua aceleração vetorial  $\vec{a}$  tem módulo  $20 \text{ m/s}^2$  e orientação conforme representa a figura ao lado. Sabendo que  $\sin \theta = 0,60$  e  $\cos \theta = 0,80$ , aponte a alternativa que traz o valor correto da relação entre o módulo da componente tangencial de  $\vec{a}$  e o módulo da velocidade da partícula no ponto **A** em  $\text{s}^{-1}$ :



- a) 12
- b) 4,0
- c) 3,0
- d) 2,0
- e) 1,5

**Resolução:**



(I)  $|\vec{a}_t| = |\vec{a}| \sin \theta$

$$|\vec{a}_t| = 20 \cdot 0,60 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$|\vec{a}_t| = 12 \text{ m/s}^2$$

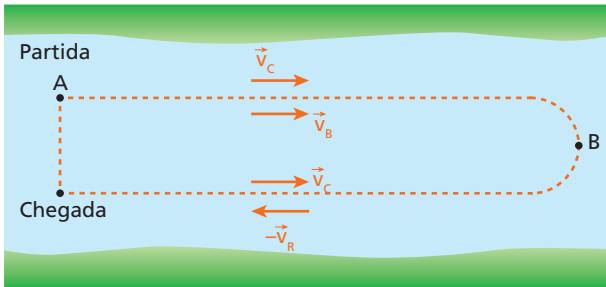
(II)  $|\vec{a}_{cp}| = |\vec{a}| \cos \theta \Rightarrow \frac{|\vec{v}|^2}{R} = |\vec{a}| \cos \theta$

$$\frac{|\vec{v}|^2}{1,0} = 20 \cdot 0,80 \Rightarrow |\vec{v}| = 4,0 \text{ m/s}$$

(III)  $\frac{|\vec{a}_t|}{|\vec{v}|} = \frac{12 \text{ m/s}^2}{4,0 \text{ m/s}} \Rightarrow \frac{|\vec{a}_t|}{|\vec{v}|} = 3,0 \text{ s}^{-1}$

**Resposta:** c

**98** (UFBA) Um barco vai de Manaus até Urucu descendo um rio e, em seguida, retorna à cidade de partida, conforme esquematizada na figura.



A velocidade da correnteza é constante e tem módulo  $v_c$  em relação às margens.

A velocidade do barco em relação à água é constante e tem módulo  $v_b$ . Desconsiderando-se o tempo gasto na manobra para voltar, a velocidade escalar média do barco, em relação às margens, no trajeto total de ida e volta tem módulo dado por:

- a)  $\frac{V_B + V_C}{2}$
- b)  $\frac{V_B - V_C}{2}$
- c)  $\sqrt{V_B \cdot V_C}$
- d)  $\frac{V_B^2 + V_C^2}{V_B}$
- e)  $\frac{V_B^2 - V_C^2}{V_B}$

**Resolução:**

**Subida:**  $V_s = V_b - V_c \Rightarrow V_s = \frac{\Delta s}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta s}{V_s}$

**Descida:**  $V_d = V_b + V_c \Rightarrow V_d = \frac{\Delta s}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta s}{V_d}$

$V_M = \frac{\Delta s + \Delta s}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \Rightarrow \frac{2\Delta s}{\frac{\Delta s}{V_s} + \frac{\Delta s}{V_d}} \Rightarrow \frac{2\Delta s}{\frac{\Delta s(V_d + V_s)}{V_s \cdot V_d}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{2}{\frac{V_d + V_s}{V_s \cdot V_d}} \Rightarrow \frac{2}{\frac{(V_b + V_c) + (V_b - V_c)}{(V_b + V_c) \cdot (V_b - V_c)}}$

$V_M = \frac{2}{\frac{2V_b}{V_b^2 - V_c^2}} \Rightarrow \frac{2 \cdot V_b^2 - V_c^2}{2V_b} \Rightarrow V_M = \frac{V_b^2 - V_c^2}{V_b}$

**Resposta: e**

**99** (Ufop-MG) Um homem parado em uma escada rolante leva 10 s para descê-la em sua totalidade. O mesmo homem leva 15 s para subir toda a escada rolante de volta, caminhando contra o movimento dos degraus. Quanto tempo o homem levará para descer a mesma escada rolante, caminhando com velocidade relativa de mesmo módulo do que quando subiu?

- a) 3,75 s.
- b) 5,00 s.
- c) 7,50 s.
- d) 10,0 s.
- e) 15,0 s.

**Resolução:**

$V_{arr} = \frac{\Delta s}{10}$

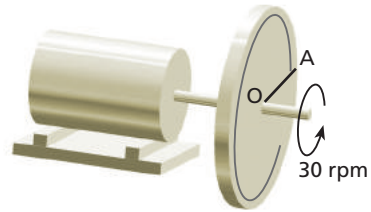
$V_{ref} - V_{arr} = \frac{\Delta s}{15} \Rightarrow V_{rel} = \frac{\Delta s}{15} + \frac{\Delta s}{10} \Rightarrow V_{rel} = \frac{\Delta s}{6}$

$\frac{\Delta s}{6} - \frac{\Delta s}{10} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 8 \Delta t = 30$

$\Delta t = 3,75$  s

**Resposta: a**

**100** Um inseto percorre o raio  $OA = 10$  cm da polia representada na figura, com velocidade de intensidade constante igual a 5,0 cm/s, medida em relação à polia. Esta, por sua vez, está rigidamente acoplada ao eixo de um motor que gira de modo uniforme, realizando 30 rotações por minuto. Sabendo que o inseto passa pelo O no instante  $t_0 = 0$ , calcule a intensidade da sua velocidade em relação à base de apoio do motor no instante  $t_1 = 0,80$  s. Adote nos cálculos  $\pi \approx 3$ .



- a) 8,0 cm/s
- b) 10 cm/s
- c) 13 cm/s
- d) 15 cm/s
- e) 17 cm/s

**Resolução:**

$V_{rel} = 5,0$  cm/s

$V_{arr} = 2\pi fR \Rightarrow V_{arr} = 2\pi f v_{rel} t_1$

$V_{arr} = 2 \cdot 3 \cdot \frac{30}{60} \cdot 5,0 \cdot 0,80$  (cm/s)

$V_{arr} = 12$  cm/s

**Teorema de Pitágoras:**

$V_{res}^2 = V_{rel}^2 + V_{arr}^2$

$V_{res}^2 = (5,0)^2 + (12)^2 \Rightarrow V_{res} = 13$  cm/s

**Resposta: c**

**101** Um barco motorizado desenvolve, em relação às águas de um rio, velocidade constante de módulo  $v$ . Esse barco está subindo um trecho retilíneo do rio quando o piloto é informado de que um *container* flutuante, encerrando uma preciosa carga, caiu na água há exatamente uma hora. Nesse intervalo de tempo, a embarcação percorreu 16 km em relação às margens. Prontamente, o piloto inverte o sentido do movimento do barco e passa a descer o rio em busca do material perdido. Sabendo que as águas correm com velocidade constante de módulo 4,0 km/h, que o *container* adquire velocidade igual à das águas imediatamente após sua queda e que ele é resgatado pela tripulação do barco, determine:

- a) a distância percorrida pelo *container* desde o instante de sua queda na água até o instante do resgate;
- b) o valor de  $v$ .

**Resolução:**

a) Como a correnteza influi igualmente no movimento do barco e no do *container*, podemos ignorar seus efeitos na determinação do intervalo de tempo total transcorrido entre a queda do *container* e seu posterior resgate. Tudo se passa como se o *container*, ao cair do barco, permanecesse em repouso. Assim, o barco navegaria durante 1,0 h afastando-se do *container* e mais 1,0 h aproximando-se dele, o que totalizaria 2,0 h.

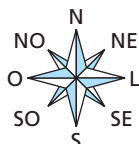
$v_c = \frac{D}{\Delta t} \Rightarrow 4,0 = \frac{D}{2,0} \Rightarrow D = 8,0$  km

b) **Barco navegando rio acima:**  $v - v_c = \frac{L}{\Delta t}$

$$v - 4,0 = \frac{16}{\frac{2,0}{2}} \Rightarrow \boxed{v = 20 \text{ km/h}}$$

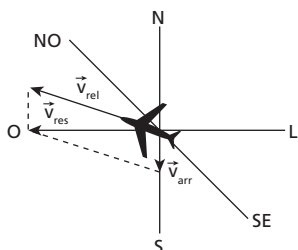
**Respostas:** a) 8,0 km; b) 20 km/h

**102** Um avião voa, em relação ao solo, com movimento retilíneo e uniforme de velocidade 1 000 km/h, no sentido de Leste para Oeste. O vento sopra no sentido de Norte para Sul com velocidade constante de 200 km/h. A velocidade do avião em relação ao vento tem orientação:



- a) entre O e NO.      c) NO.      e) entre L e NE.  
 b) entre N e NE.      d) entre O e SO.

**Resolução:**

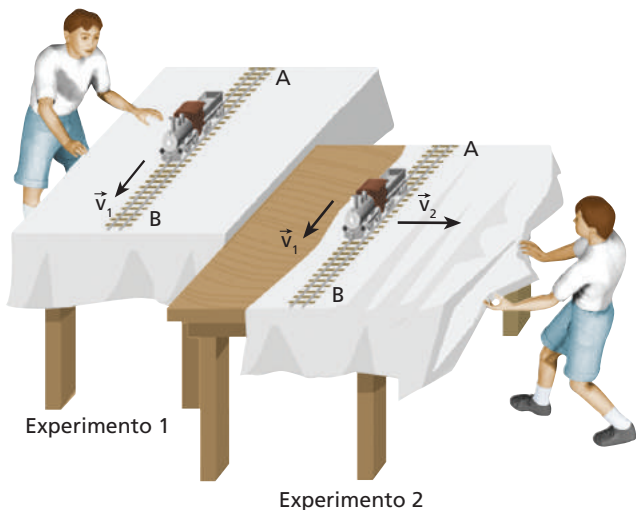


$$|\vec{v}_{res}| = 1000 \text{ km/h}$$

$$|\vec{v}_{arr}| = \frac{|\vec{v}_{res}|}{5} = 200 \text{ km/h}$$

**Resposta:** a

**103** Nos dois experimentos esquematizados a seguir, um trem de brinquedo, percorrendo trilhos retilíneos fixos a uma toalha postada sobre uma mesa, vai de um ponto **A** a um ponto **B** com velocidade  $\vec{v}_1$  de intensidade 24 cm/s. A velocidade  $\vec{v}_1$  é medida em relação aos trilhos, e os pontos **A** e **B** são pontos dos trilhos. No experimento 1, o trem percorre 1,2 m de **A** até **B**. No experimento 2, o garoto puxa a toalha, sem perturbar o movimento próprio do trem, com velocidade  $\vec{v}_2$  de intensidade 10 cm/s. A velocidade  $\vec{v}_2$  é medida em relação à mesa e é perpendicular a  $\vec{v}_1$ .



Com relação ao experimento 2 e considerando o percurso de **A** até **B**, responda:

- a) Qual a distância percorrida pelo trem na direção de  $\vec{v}_2$ ?  
 b) Qual a distância percorrida pelo trem em relação à mesa?

**Resolução:**

a) **Experimento 1:**  $|\vec{v}_1| = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow 0,24 = \frac{1,2}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 5,0 \text{ s}}$

**Experimento 2:**  $|\vec{v}_2| = \frac{D}{\Delta t} \Rightarrow 10 = \frac{D}{5,0} \Rightarrow \boxed{D = 50 \text{ cm}}$

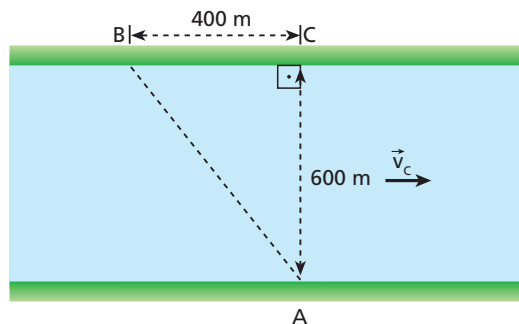
- b) **Teorema de Pitágoras:**  $X^2 = L^2 + D^2$

$$X^2 = (1,2)^2 + (0,50)^2 \Rightarrow \boxed{X = 1,3 \text{ m}}$$

**Respostas:** a) 50 cm; b) 1,3 m

**104** Considere um rio de margens paralelas e cuja correnteza tem velocidade constante de módulo  $v_c$ . Uma lancha tem velocidade relativa às águas constante e de módulo 10 m/s.

A lancha parte do ponto **A** e atinge a margem oposta no ponto **B**, indicado na figura, gastando um intervalo de tempo de 100 s.



O valor de  $v_c$  é:

- a) 2,0 m/s.      d) 8,0 m/s.  
 b) 4,0 m/s.      e) 10 m/s.  
 c) 6,0 m/s.

**Resolução:**

(I) **Movimento na direção AC:**  $V_{rel_y} = \frac{L}{\Delta t}$

$$V_{rel_y} = \frac{600}{100} \text{ m/s} \Rightarrow \boxed{V_{rel_y} = 6,0 \text{ m/s}}$$

(II) **Teorema de Pitágoras:**  $v^2 = v_{rel_x}^2 + v_{rel_y}^2$

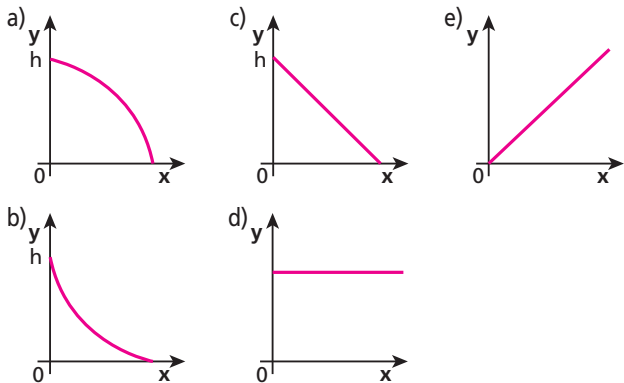
$$(10)^2 = v_{rel_x}^2 + (6,0)^2 \Rightarrow \boxed{V_{rel_x} = 8,0 \text{ m/s}}$$

(III) **Movimento na direção BC:**  $V_{rel_x} - v_c = \frac{D}{\Delta t}$

$$8,0 - v_c = \frac{400}{100} \Rightarrow \boxed{v_c = 4,0 \text{ m/s}}$$

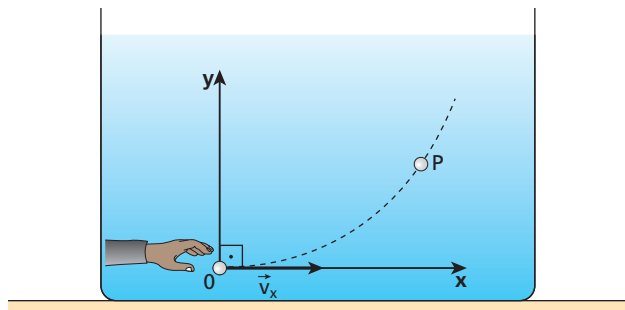
**Resposta:** b

**105** (UFPB) Uma partícula é abandonada de uma altura  $h$  em relação ao solo. Durante a queda, além da aceleração da gravidade, essa partícula fica sujeita a uma aceleração horizontal constante devido a uma força horizontal que atua sobre ela. Nessas condições, a trajetória da partícula está mais bem representada no gráfico:



**Resposta:** a

**106** No esquema a seguir, uma pequena esfera de isopor é lançada horizontalmente com velocidade  $\vec{v}_x$  de intensidade 2,5 m/s no interior da água contida em um tanque. O lançamento ocorre no instante  $t_0 = 0$  a partir da origem do referencial  $0xy$  indicado. Devido à pequena influência de forças de resistência viscosa, a velocidade horizontal da esfera permanece constante e ela realiza uma trajetória parabólica de equação  $y = 0,24x^2$ , com  $y$  e  $x$  em metros, passando no ponto  $P$  no instante  $t = 2,0$  s.



Determine no ponto  $P$ :

- a) a intensidade da velocidade vetorial da partícula;
- b) a intensidade de sua aceleração vetorial.

**Resolução:**

a) **Na direção  $Ox$ , o movimento é uniforme:**

$$v_x = 2,5 \text{ m/s e } \alpha_x = 0$$

$$x = v_x t \Rightarrow x = 2,5 t \text{ (SI)}$$

$$y = 0,24 x^2 \Rightarrow y = 0,24 \cdot (2,5 t)^2$$

$$\text{Donde: } y = 1,5 t^2 \text{ (SI)}$$

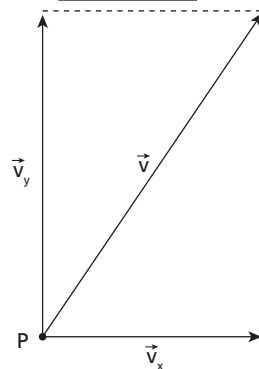
**Na direção  $Oy$ , o movimento é uniformemente variado.**

$$v_{oy} = 0 \text{ e } \frac{\alpha_y}{2} = 1,5 \Rightarrow \alpha_y = 3,0 \text{ m/s}^2$$

$$v_y = v_{oy} + \alpha_y t \Rightarrow v_y = 3,0 t \text{ (SI)}$$

**No ponto  $P$  ( $t = 2,0$  s):**

$$v_y = 3,0 \cdot (2,0) \text{ (m/s)} \Rightarrow v_y = 6,0 \text{ m/s}$$



**Teorema de Pitágoras:**

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2$$

$$v^2 = (2,5)^2 + (6,0)^2$$

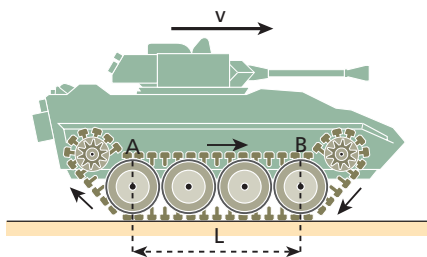
$$v = 6,5 \text{ m/s}$$

$$b) a = \alpha_y \Rightarrow a = 3,0 \text{ m/s}^2$$

É importante salientar que o movimento da esfera é a composição de dois movimentos parciais: um movimento uniforme na direção  $Ox$  e um movimento uniformemente variado na direção  $Oy$ .

**Respostas:** a) 6,5 m/s; b) 3,0 m/s<sup>2</sup>

**107** O tanque de guerra esquematizado na figura está em movimento retilíneo e uniforme para a direita, com velocidade de módulo  $v$ . Não há escorregamento da esteira em relação ao solo nem da esteira em relação aos roletes.



Os roletes maiores têm raio  $R$  e giram em torno dos respectivos eixos com frequência de 50 rpm.

Os roletes menores, das extremidades, têm raio  $2 \frac{R}{3}$  e também giram em torno dos respectivos eixos.

Sabendo que determinado elo da esteira gasta 1,5 s para deslocar-se do ponto  $A$  até o ponto  $B$  e que nesse intervalo de tempo esse elo sofre um deslocamento de 6,0 m em relação ao solo, calcule:

- a) o valor de  $v$ , bem como o comprimento  $L$  indicado na figura;
- b) a frequência de rotação dos roletes menores.

**Resolução:**

a) Em relação ao solo, os elos da parte de cima que se deslocam de  $A$  para  $B$  têm velocidade  $2v$ .

$$2v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 2v = \frac{6,0}{1,5} \Rightarrow v = 2,0 \text{ m/s}$$

O eixo de um dos roletes maiores do tanque desloca-se um comprimento  $L$  em relação ao solo durante 1,5 s.

$$v = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow 2,0 = \frac{L}{1,5} \Rightarrow L = 3,0 \text{ m}$$

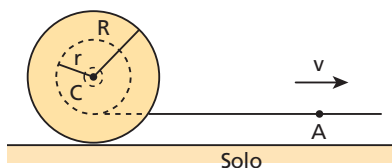
b) Em relação ao tanque, nas periferias dos roletes maiores e menores, a intensidade da velocidade linear é a mesma. Logo:

$$v_{\text{maior}} = v_{\text{menor}} \Rightarrow (2\pi R f)_{\text{maior}} = (2\pi r f)_{\text{menor}}$$

$$R \cdot 50 = \frac{2R}{3} f_{\text{menor}} \Rightarrow f_{\text{menor}} = 75 \text{ rpm}$$

**Respostas:** a)  $v = 2,0 \text{ m/s}$  e  $L = 3,0 \text{ m}$ ; b) 75 rpm

**108** O esquema representa um carretel de linha sendo puxado sem escorregamento sobre o solo plano e horizontal. No instante considerado, o ponto **A** da linha tem velocidade horizontal para a direita, de intensidade  $v$ .



Determine nesse instante a intensidade da velocidade do ponto **C**, pertencente ao eixo longitudinal do carretel, em relação:

- a) ao solo;
- b) ao ponto **A**.

**Resolução:**

a) O ponto de contato entre o carretel e o plano horizontal é o **centro instantâneo de rotação do sistema**. Em relação a esse ponto, todos os pontos do carretel têm velocidade angular igual a  $\omega$ . Para o ponto de contato entre a linha e o carretel, temos:

$$v = \omega (R - r)$$

$$\text{Para o ponto C, temos: } v_c = \omega R$$

$$\text{Logo: } \frac{v_c}{v} = \frac{R}{R-r} \Rightarrow v_c = \frac{R}{R-r} v$$

b) A velocidade relativa pedida é dada por:

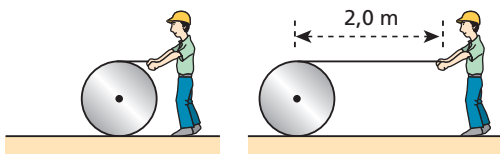
$$v_{\text{rel}} = v_c - v \Rightarrow v_{\text{rel}} = \frac{R}{R-r} v - v \Rightarrow v_{\text{rel}} = \frac{r}{R-r} v$$

**Nota:**

- O ponto **C** se aproxima do ponto **A** e a linha vai se enrolando no carretel.

**Respostas:** a)  $\frac{R}{R-r} v$   
 b)  $\frac{r}{R-r} v$

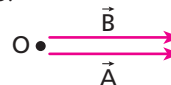
**109** (AFA-SP) Um operário puxa a extremidade de um cabo que está enrolado num cilindro. À medida que o operário puxa o cabo, o cilindro vai rolando sem escorregar. Quando a distância entre o operário e o cilindro for igual a 2,0 m (ver figura abaixo), o deslocamento do operário em relação ao solo será de:



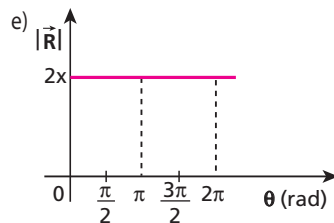
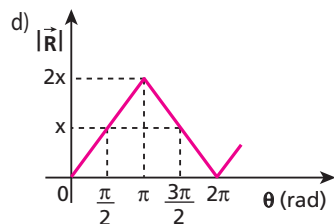
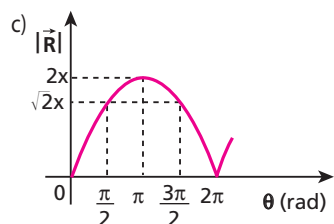
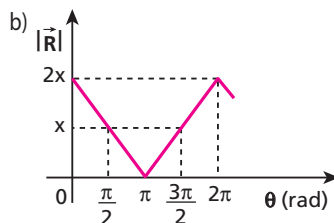
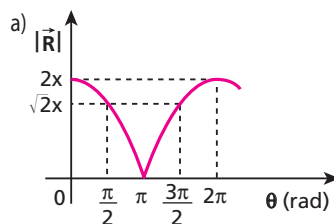
- a) 1,0 m.
- b) 2,0 m.
- c) 4,0 m.
- d) 6,0 m.

**Resposta:** c

**110** Considere dois vetores  $\vec{A}$  e  $\vec{B}$  de módulos iguais a  $x$ , com origens coincidentes no ponto **O**, conforme representa a figura. O vetor  $\vec{A}$  é fixo e o vetor  $\vec{B}$  pode girar no plano da figura, porém mantendo sempre sua origem em **O**.



Se  $\vec{R}$  o vetor resultante de  $\vec{A} + \vec{B}$ , o gráfico que melhor representa a variação do módulo de  $\vec{R}$  em função do ângulo  $\theta$  formado entre  $\vec{A}$  e  $\vec{B}$  é:



**Resolução:**

O gráfico será determinado pela função:

$$|\vec{R}|^2 = |\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2 + 2|\vec{A}||\vec{B}|\cos\theta$$

**(Lei dos cossenos)**

$$|\vec{R}|^2 = x^2 + x^2 + 2xx \cdot \cos\theta$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{2x^2(1 + \cos\theta)}$$

**Resposta:** a

**111** Considere três vetores  $\vec{X}$ ,  $\vec{Y}$  e  $\vec{Z}$  de módulos respectivamente iguais a  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Determine os módulos **máximo** e **mínimo** da soma  $\vec{X} + \vec{Y} + \vec{Z}$  nos seguintes casos:

- a)  $x = 5, y = 8$  e  $z = 10$ ;
- b)  $x = 3, y = 7$  e  $z = 15$ .

**Resolução:**

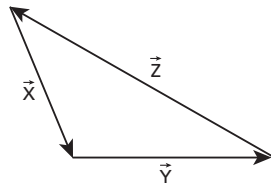
a) **Módulo máximo:**  $\vec{X}$ ,  $\vec{Y}$  e  $\vec{Z}$  têm mesma direção e mesmo sentido.

$$S_{\text{máx}} = x + y + z \Rightarrow S_{\text{máx}} = 5 + 8 + 10$$

$$S_{\text{máx}} = 23$$

**Módulo mínimo:**  $\vec{X}$ ,  $\vec{Y}$  e  $\vec{Z}$  constituem um triângulo fechado.

$$S_{\text{mín}} = 0$$



**Nota:**

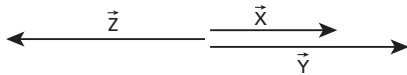
- O triângulo de lados 5, 8 e 10 existe, pois cada um de seus lados é **menor** que a soma dos outros dois.

b) **Módulo máximo:**  $\vec{X}$ ,  $\vec{Y}$  e  $\vec{Z}$  têm mesma direção e mesmo sentido.

$$S_{\text{máx}} = x + y + z \Rightarrow S_{\text{máx}} = 3 + 7 + 15$$

$$S_{\text{máx}} = 25$$

**Módulo mínimo:**  $\vec{X}$ ,  $\vec{Y}$  e  $\vec{Z}$  têm mesma direção, com  $\vec{X}$  e  $\vec{Y}$  no mesmo sentido e  $\vec{Z}$  em sentido oposto.



$$S_{\text{mín}} = z - (x + y)$$

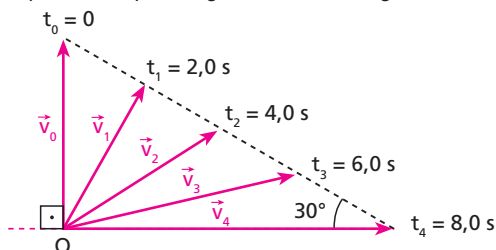
$$S_{\text{mín}} = 15 - (3 + 7) \Rightarrow S_{\text{mín}} = 5$$

**Nota:**

- Não existe o triângulo de lados 3, 7 e 15.

**Respostas:** a) 23 e zero; b) 25 e 5

**112** A velocidade vetorial  $\vec{v}$  de uma partícula em função do tempo acha-se representada pelo diagrama vetorial da figura:



Sabendo que a intensidade de  $\vec{v}_0$  é igual a 40 m/s, determine a intensidade da aceleração vetorial média da partícula no intervalo de  $t_0 = 0$  a  $t_4 = 8,0$  s.

**Resolução:**

(I)  $\text{sen } 30^\circ = \frac{|\vec{v}_0|}{|\Delta\vec{v}|} \Rightarrow 0,5 = \frac{40}{|\Delta\vec{v}|}$

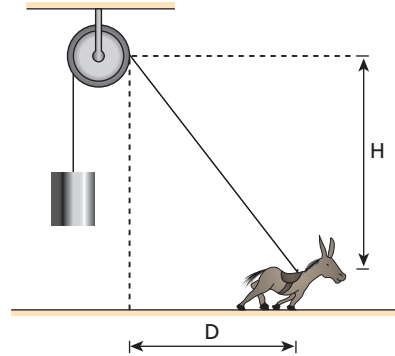
$$|\Delta\vec{v}| = 80 \text{ m/s}$$

(II)  $|\vec{a}_m| = \frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t}$

$$|\vec{a}_m| = \frac{80}{8,0} \text{ (m/s}^2\text{)} \Rightarrow |\vec{a}_m| = 10 \text{ m/s}^2$$

**Resposta:** 10 m/s<sup>2</sup>

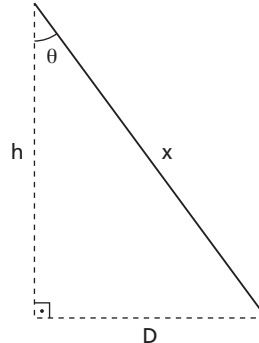
**113** Um burro, deslocando-se para a direita sobre o solo plano e horizontal, iça verticalmente uma carga por meio de uma polia e de uma corda inextensível, como representa a figura:



Se, no instante considerado, a velocidade da carga tem intensidade  $V$ , determine a intensidade da velocidade do burro em função de  $V$  e dos comprimentos  $H$  e  $D$  indicados no esquema.

**Resolução:**

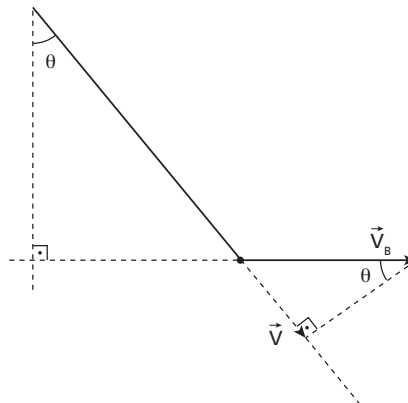
(I) Cálculo de  $\text{sen } \theta$ :



**Pitágoras:**  $x = \sqrt{H^2 + D^2}$

$$\text{sen } \theta = \frac{D}{x} \Rightarrow \text{sen } \theta = \frac{D}{\sqrt{H^2 + D^2}} \quad (1)$$

(II) Sendo a corda inextensível, a componente da velocidade do burro na direção da corda deve ter intensidade igual à da velocidade da carga.





$$\text{sen } \theta = \frac{V}{V_B}$$

$$v_B = \frac{V}{\text{sen } \theta} \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2), vem:

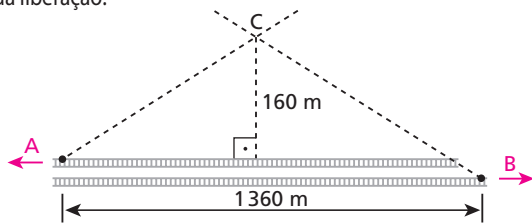
$$v_B = \frac{V}{\frac{D}{\sqrt{H^2 + D^2}}}$$

Donde:

$$v_B = \frac{\sqrt{H^2 + D^2}}{D} V$$

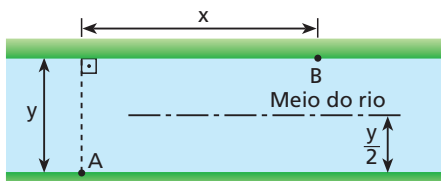
**Resposta:**  $\frac{\sqrt{H^2 + D^2}}{D} V$

**114** A figura a seguir representa a vista aérea de um trecho retilíneo de ferrovia. Duas locomotivas **A** e **B** a vapor deslocam-se em sentidos opostos, com velocidades escalares constantes de módulos respectivamente iguais a 50,4 km/h e 72,0 km/h. Uma vez que AC corresponde ao rastro de fumaça da locomotiva **A** e BC, ao rastro de fumaça da locomotiva **B**, determine as características da velocidade vetorial do vento existente no local, sabendo que AC e BC são paralelos ao solo e que AC = BC. Despreze a distância entre os trilhos percorridos por **A** e **B**, bem como a velocidade da fumaça em relação à ferrovia no instante de sua liberação.



**Enunciado para as questões 115 e 116.**

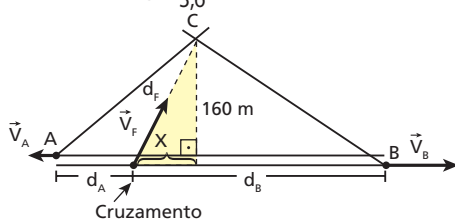
Considere a figura a seguir que ilustra um rio de margens paralelas e largura **y**. A velocidade da correnteza cresce proporcionalmente com a distância a uma das margens, atingindo intensidade máxima **v** no meio do rio. Junto às margens, a velocidade da correnteza é nula.



Um barco atravessa o rio mantendo em relação às águas velocidade constante de intensidade **u** e direção perpendicular às margens. O barco parte do ponto **A** e atinge o ponto **B** depois de percorrer uma distância **x** na direção da correnteza. A respeito dessa situação, são formulados os dois testes a seguir.

**Resolução:**

$$V_A = \frac{50,4}{1,5} \text{ m/s} = 14 \text{ m/s}; V_B = \frac{72}{3,6} = 20 \text{ m/s}$$



$$(I) \begin{cases} \textcircled{A}: d_A = 14t \\ \textcircled{B}: d_B = 20t \end{cases} \Rightarrow \frac{d_A}{d_B} = 0,70 \Rightarrow d_A = 0,70 d_B \quad (1)$$

$$d_A + d_B = 1360 \quad (2)$$

$$(1) \text{ em } (2): 0,70 d_B + d_B = 1360$$

$$d_B = \frac{1360}{1,7} \text{ m} = 800 \text{ m}$$

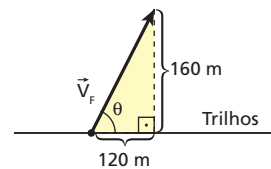
$$(II) x = d_B - \frac{1360}{2} \Rightarrow x = 800 - 680 \Rightarrow x = 120 \text{ m}$$

(III) No triângulo destacado:

$$d_f^2 = (160)^2 + (120)^2 \Rightarrow d_f = 200 \text{ m}$$

$$(IV) d_B = 20t \Rightarrow 800 = 20t \Rightarrow t = 40 \text{ s}$$

$$(V) \text{ Fumaça: } V_F = \frac{d_f}{t} = \frac{200 \text{ m}}{40 \text{ s}} \Rightarrow V_F = 5,0 \text{ m/s}$$

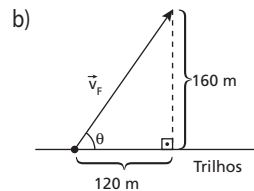


$$\text{sen } \theta = \frac{160}{200} \Rightarrow \text{sen } \theta = 0,80 \Rightarrow \theta = \text{arc sen } 0,80$$

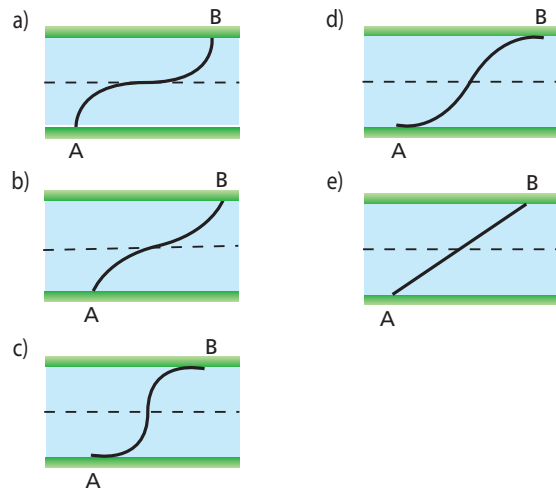
( $\theta = 53^\circ$ )

**Respostas:** a)  $|\vec{V}_F| = 5,0 \text{ m/s}$

$$\theta = \text{arc sen } 0,80$$



**115** A alternativa que melhor representa a trajetória descrita pelo barco em relação a um observador em repouso em uma das margens é:



**Resolução:**

$$\vec{v}_{res} = \vec{v}_{rel} + \vec{v}_{arr}$$

**Resposta:** b

**116** A distância  $x$  percorrida pelo barco na direção da correnteza vale:

- a)  $\frac{vy}{u}$     b)  $\frac{vy}{2u}$     c)  $\frac{vy}{4u}$     d)  $\frac{uy}{2v}$     e)  $\frac{uy}{4v}$

**Resolução:**

(I)  $u = \frac{y}{T}$  ①

(II)  $\frac{v}{2} = \frac{x}{T}$  ②

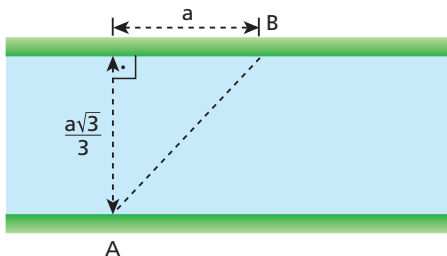
(III) ② ÷ ①:

$$\frac{\frac{v}{2}}{u} = \frac{\frac{x}{T}}{\frac{y}{T}}$$

Donde:  $x = \frac{vy}{2u}$

**Resposta:** b

**117** Uma lancha que desenvolve em relação às águas de um rio uma velocidade constante de módulo  $v$  deve partir do ponto **A** e chegar ao ponto **B** indicados na figura. O rio tem largura constante e a velocidade da correnteza também é constante e de módulo  $v_c$ .

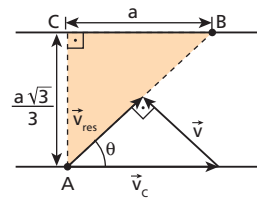


O valor mínimo possível para  $v$  é:

- a)  $v_c\sqrt{3}$     b)  $v_c$     c)  $v_c\frac{\sqrt{3}}{3}$     d)  $\frac{v_c}{2}$     e)  $\frac{v_c}{4}$

**Resolução:**

O valor mínimo para  $v$  ocorre quando a velocidade da lancha em relação às águas ( $\vec{v}$ ) é perpendicular à velocidade resultante ( $\vec{v}_{res}$ ), conforme representa o esquema abaixo:



(I) No triângulo retângulo ABC:

$$\text{tg } \theta = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

(II) No triângulo retângulo formado por  $\vec{v}$ ,  $\vec{v}_c$  e  $\vec{v}_{res}$ :

$$\text{sen } \theta = \frac{v}{v_c} \Rightarrow \text{sen } 30^\circ = \frac{v}{v_c} \Rightarrow v = \frac{v_c}{2}$$

**Resposta:** d