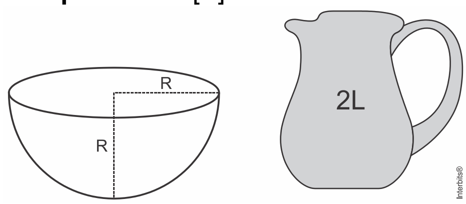
Resposta da questão 1: [C]

O gasto em litros é dado por $\dfrac{4\pi\cdot\left(\dfrac{6}{2}\right)^2}{3} \cong 36.$

Resposta da questão 2: [B]



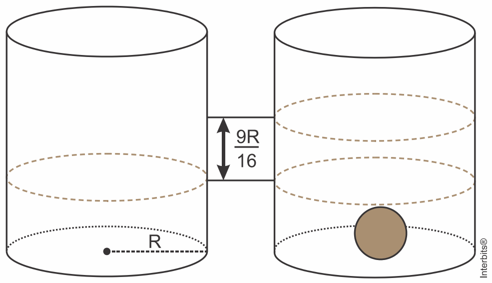
Volume da semiesfera: $\dfrac{2\cdot\pi\cdot R^3}{3}$

$2L = 2000\,cm^3$

Portanto: $\dfrac{2\cdot\pi\cdot R^3}{3} = 2000 \Rightarrow \pi\cdot R^3 = 3000 \Rightarrow R^3 \approx 1000 \Rightarrow R \approx 10cm$

Resposta da questão 3: [A]
Sendo x é a elevação do nível da água em cm, podemos escrever $\pi\cdot 5^2\cdot x = \dfrac{4}{3}\cdot\pi\cdot 3^3 \to x = \dfrac{36}{25}$

Resposta da questão 4: [B]



Considerando que x seja o raio da esfera e escrevendo que o volume da esfera é igual ao volume da água deslocada, pode-se escrever:

$$\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot x^3 = \pi\cdot R^2\cdot\frac{9R}{16} \Rightarrow x^3 = \frac{27R^3}{64} \Rightarrow x = \frac{3}{4}\cdot R$$

Resposta da questão 5: [E]
Se r_0 é o raio da bolha, então sua área superficial é $4\pi r_0^2$. Logo, se sua área superficial fosse 44% maior, então seu raio, r, seria tal que $4\pi r^2 = 1{,}44\cdot 4\pi r_0^2 \Leftrightarrow r = 1{,}2r_0$. Portanto, ela poderia conter um volume de ar em seu interior, sem estourar, até $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(1{,}2r_0)^3 = 1{,}728\cdot\frac{4}{3}\pi r_0^3$, ou seja, 72,8% maior.

Resposta da questão 6: [E]
O volume de uma pílula de raio r, em milímetros cúbicos, é dado por $\pi\cdot r^2\cdot 10 + \dfrac{4}{3}\cdot\pi\cdot r^3 \cong 2r^2(15+2r)$.
Portanto, o resultado pedido é igual a $2\cdot 5^2\cdot(15+2\cdot 5) - 2\cdot 4^2\cdot(15+2\cdot 4) = 1250 - 736 = 514\,mm^3$.

Resposta da questão 7: [D]
Seja r o raio das bolinhas.
Tem-se que $\pi r^2\cdot 16r = 128\pi \Leftrightarrow r = 2cm$.
O volume ocupado pelas bolinhas é igual a $8\cdot\dfrac{4\pi}{3}\cdot 2^3 = \dfrac{256\pi}{3}cm^3$.

Portanto, o resultado pedido é $\dfrac{\dfrac{256\pi}{3}}{128\pi}\cdot 100\% \cong 67\%$.

Resposta da questão 8: [C]
R = raio da bexiga.

$500 = \dfrac{4\pi\cdot R^3}{3} \Leftrightarrow 500 = \dfrac{4\cdot 3\cdot R^3}{3} \Leftrightarrow R^3 = 125 \Leftrightarrow R = 5cm.$

Comprimento do círculo máximo: $C = 2\cdot\pi\cdot R = 2\cdot 3\cdot 5 = 30cm.$

Resposta da questão 9: [D]

$V_{esfera} = \dfrac{4\pi}{3}\cdot 2^3 = \dfrac{32\pi}{3}cm^3.$

$V_{cilindro} = V_{esfera}$

$\pi.4^2.h = \dfrac{32\pi}{3} \to h = \dfrac{2}{3}cm$

$h_{anterior} = 4 - \dfrac{2}{3} = \dfrac{10}{3}cm$

Resposta da questão 10: [D]

$V = \dfrac{4\pi r^3}{3} = \dfrac{4.3{,}14.125}{3} \approx 628\,m^3$

Gasto total : 260.628 = R$163.280,00

Superfaturamento : R$ 500.000 − R$163.280 = R$336.720

Resposta da questão 11: [E]

O volume de cada esfera é $\dfrac{4}{3}\pi\cdot\left(\dfrac{10{,}5}{2}\right)^3 \cong$

$\cong 606{,}37\ cm^3$ e o volume do bastão é

$\pi\cdot\left(\dfrac{1{,}4}{2}\right)^2\cdot 50 \cong 77{,}00\ cm^3$. Assim o haltere tem

volume igual a $606{,}37\cdot 2 + 77{,}00 = 1\,289{,}74\ cm^3$ e que corresponde a $1\,289{,}74\cdot 7{,}8 \cong 10$ kg.

Resposta da questão 12: [A]

Cada esfera tem $\dfrac{1}{8}$ de si dentro do cubo,

portanto o volume do cubo ocupado pelas

oito esferas é igual ao de uma esfera $\left(V = \dfrac{4\pi r^3}{3}\right)$

O raio das esferas vale $r = \dfrac{a}{2}$,portanto: $r = \dfrac{a}{2}$

$$V_{ocup.\ esferas} = \frac{4\pi\left(\dfrac{a}{2}\right)^3}{3} = \frac{\pi a^3}{6}$$

Como o volume do cubo é a^3 a relação é $\dfrac{\dfrac{\pi a^3}{6}}{a^3} = \dfrac{\pi}{6}$

Resposta da questão 13: [D]

$$V_{esferas} = 30000.\frac{4\pi.R^3}{3}$$

$$V_{esferas} = 30000.\frac{4\pi.\left(\frac{4}{1000}\right)^3}{3}$$

$$V_{esferas} = 10000.4\pi.\left(\frac{2}{1000}\right)^3$$

$$V_{esferas} = 10^4.4\pi.\frac{8}{10^9} = 9{,}92.10^{-4}\,mm^3$$

Resposta da questão 14: [D]

$$V_{líquido} = V_{cone} - 10000.V_{esferas}$$

$$V_{líquido} = \frac{A_{base}.h}{3} - 10000.\frac{4\pi.R^3}{3}$$

$$V_{líquido} = \frac{\pi.r^2.h}{3} - 10000.\frac{4\pi.R^3}{3}$$

$$V_{líquido} = \frac{\pi.2^2.6}{3} - 10000.\frac{4\pi.0{,}03^3}{3}$$

$$V_{líquido} = 8.\pi - 0{,}36.\pi = 7{,}64.\pi = 22{,}92\,m^3$$

Resposta da questão 15: [D]

$$\frac{V_{\text{Não Ocupado}}}{V_{\text{Esferas}}} = \frac{V_{Cil} - 2.V_{Esf}}{2.V_{Esf}} = \frac{\pi.r^2.h - 2.\frac{4.\pi.r^3}{3}}{2.\frac{4.\pi.r^3}{3}} \rightarrow$$

$$\frac{\pi.r^2.4r - \frac{8.\pi.r^3}{3}}{\frac{8.\pi.r^3}{3}} \rightarrow \frac{\frac{12\pi.r^3 - 8.\pi.r^3}{\cancel{3}}}{\frac{8.\pi.r^3}{\cancel{3}}} = \frac{4\pi r^3}{8\pi r^3} = \frac{1}{2}$$

Resposta da questão 16: [E]

$$V_{total} = V_{Cilindro} + \frac{V_{Esf}}{2}$$

$$V_T = \pi R^2.H + \frac{1}{\cancel{2}}.\frac{\cancel{4}\pi r^3}{3}$$

$$V_T = \pi.3^2.3 + \frac{2.\pi.3^3}{3} = 27\pi + 18\pi \rightarrow V_T = 45\pi\ m^3$$

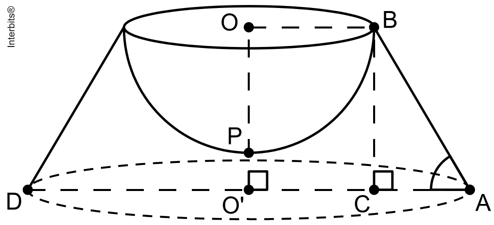
Resposta da questão 17: [D]

Volume do cilindro = $\pi\ 12^2.\ 15$

$$\frac{4\pi.R^3}{3} = \pi.12^2.15 \Leftrightarrow R = 3.\sqrt[3]{60}$$

Resposta da questão 18: [C]

Considere a figura abaixo.



Queremos calcular $h = \overline{PO'} = \overline{OO'} - \overline{OP}.$

Temos que $\overline{O'A} = \frac{\overline{AD}}{2} = \frac{10}{2} = 5\,m$ e $\overline{OB} = \frac{4}{2} = 2\,m = \overline{O'C}.$

Logo, $\overline{AC} = \overline{O'A} - \overline{O'C} = 5 - 2 = 3\,m.$

Do triângulo ABC, vem que:

$$tg\hat{BAC} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \overline{BC} = 3 \cdot tg60° = 3\sqrt{3} \cong 3 \cdot 1{,}73 = 5{,}19\,m.$$

Portanto, $h = 5{,}19 - 2 = 3{,}19 \cong 3{,}20\,m.$

Resposta da questão 19: [A]

Seja m a massa da esfera.

Lembrando que a massa específica de uma substância é a razão entre a massa e o volume, temos

$$11{,}3 = \frac{m}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^3} \Leftrightarrow m = \frac{36}{1000} \cdot 11{,}3 \cdot \pi \Leftrightarrow m = 0{,}4068\pi\ g.$$

Resposta da questão 20: [B]

Sabendo que área da superfície de uma esfera é igual a $4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2$, em que D é o diâmetro da esfera, segue que a resposta é $2 \cdot \pi \cdot 3^2 \cong 18 \cdot 3{,}14 \cong 57\,cm^2$.