

### Resposta da questão 1: [C]

$$N = 2^{48} - 1 = (2^{24} - 1) \cdot (2^{24} + 1)$$

$$N = (2^{12} - 1) \cdot (2^{12} + 1) \cdot (2^{24} + 1)$$

$$N = (2^6 - 1) \cdot (2^6 + 1) \cdot (2^{12} + 1) \cdot (2^{24} + 1)$$

$$N = 2^{48} - 1 = (2^3 - 1) \cdot (2^3 + 1) \cdot (2^6 + 1) \cdot (2^{12} + 1) \cdot (2^{24} + 1)$$

$$N = (7) \cdot (9) \cdot (65) \cdot (2^{12} + 1) \cdot (2^{24} + 1)$$

Logo, pode-se concluir que o número N não é primo (pois é divisível por 7, 9 e 65, pelo menos), não é par (pois é resultado de multiplicações de números ímpares), é múltiplo de  $2^{24} + 1$ , é divisível por 9 e é múltiplo de 7.

### Resposta da questão 2: [B]

$$\frac{(x+y)^2 - 4xy}{x^2 - y^2} = \frac{x^2 + 2xy + y^2 - 4xy}{x^2 - y^2} = \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - y^2} = \frac{(x-y)^2}{(x+y) \cdot (x-y)} = \frac{(x-y)}{(x+y)}$$

### Resposta da questão 3: [B]

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab \cdot (a+b)$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = x^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \cdot \left(x + \frac{1}{x}\right) \rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \cdot \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

Mas,  $x + \frac{1}{x} = 3 \rightarrow (3)^3 = x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \cdot (3) \rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$

### Resposta da questão 4: [D]

Lembrando que  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ , temos

$$M = \frac{(3^2 + 5^2)^2 - (3^2 - 5^2)^2}{(3^2 \cdot 5^2)^2} = \frac{(3^2 + 5^2 + 3^2 - 5^2)(3^2 + 5^2 - 3^2 + 5^2)}{3^4 \cdot 5^4} = \frac{2 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot 5^2}{3^4 \cdot 5^4} = \frac{4}{225}$$

### Resposta da questão 5: [A]

$$u = \frac{2017^2 - 1}{2016^2} = \frac{(2017 + 1) \cdot (2017 - 1)}{2016 \cdot 2016} = \frac{2018}{2016}$$

Logo,  $1 < \frac{2018}{2016} < 2 \Rightarrow 1 < u < 2$ .

### Resposta da questão 6: [A]

$$x - \frac{1}{x} = 13$$

Elevando ambos os membros ao quadrado, temos:

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 13^2$$

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 169$$

$$x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = 169$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 171$$

### Resposta da questão 7: [D]

Se  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 14$ , com  $x > 0$ , então

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 14 + 2 = 16.$$

Daí,  $x + \frac{1}{x} = 4$  e, portanto,  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^5 = 4^5 = 2^{10}$ .

### Resposta da questão 8: [C]

$$x^2 = \left(\sqrt{32 + 10\sqrt{7}} + \sqrt{32 + 10\sqrt{7}}\right)^2$$

$$x^2 = 32 + 10\sqrt{7} + 2 \cdot \sqrt{\left(\sqrt{32 + 10\sqrt{7}}\right) \cdot \left(\sqrt{32 - 10\sqrt{7}}\right)} + 32 - 10\sqrt{7}$$

$$x^2 = 100$$

$$x = 10$$

### Resposta da questão 9: [A]

$$E = p^3 + p^2q + q^3 + pq^2$$

$$E = p^2(p + q) + q^2(p + q)$$

$$E = (p^2 + q^2) \cdot (p + q)$$

$$E = ((p + q)^2 - 2pq) \cdot (p + q)$$

$$E = (4^2 - 2 \cdot 5) \cdot 4$$

$$E = (16 - 10) \cdot 4$$

$$\boxed{E = 24}$$

### Resposta da questão 10: [C]

### Resposta da questão 11: [A]

$$y = \frac{x^3 - 2^3}{x^2 + 2x + 4} = \frac{(x - 2) \cdot \cancel{(x^2 + 2x + 4)}}{\cancel{(x^2 + 2x + 4)}} = x - 2 = \sqrt{2} - 2$$

### Resposta da questão 12: [E]

$$N = 2002^2 \cdot 2000 - 2000 \cdot 1998^2$$

$$N = 2000 \cdot (2002^2 - 1998^2) \rightarrow$$

$$N = 2000 \cdot (2002 + 1998) \cdot (2002 - 1998) \rightarrow$$

$$N = 2000 \cdot 4000 \cdot 4 \rightarrow N = 32000000 \rightarrow \boxed{N = 32 \cdot 10^6}$$

### Resposta da questão 13: [C]

$$x^8 - 1 = (x^4 - 1) \cdot (x^4 + 1)$$

$$x^8 - 1 = (x^2 - 1) \cdot (x^2 + 1) \cdot (x^4 + 1)$$

$$x^8 - 1 = (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x^2 + 1) \cdot (x^2 + 1) \cdot (x^4 + 1)$$

**Resposta da questão 14:** [E]

$$\begin{aligned} & \Rightarrow \frac{(x^2 - y^2)(x^2 + 2xy + y^2)}{(x+y)(x-y)} \\ & \Rightarrow \frac{(x^2 - y^2) \cdot (x^2 + 2xy + y^2)}{(x^2 - y^2)} = (x^2 + 2xy + y^2) \\ & \Rightarrow (x+y)^2 = (1,25 - 0,75)^2 = 0,25 \end{aligned}$$

**Resposta da questão 15:** [B]

$$\sqrt{\frac{2^{13} + 2^{16}}{2^{15}}} = \sqrt{\frac{2^{13}(1 + 2^3)}{2^{13} \cdot 2^2}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} = 1,5$$

**Resposta da questão 16:** [C]

$$\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 - b^2} = \frac{\cancel{(a+b)} \cdot (a+b)}{\cancel{(a+b)} \cdot (a-b)} = \frac{a+b}{a-b}$$

**Resposta da questão 17:** [B]

$$\begin{aligned} \frac{x}{y} &= \frac{3}{5} \rightarrow x = \frac{3y}{5} \\ y^2 - x^2 &= 144 \rightarrow y^2 - \frac{9y^2}{25} = 144 \rightarrow \frac{25y^2 - 9y^2}{25} = 144 \rightarrow \\ 16y^2 &= 144 \cdot 25 \rightarrow 4y = 12 \cdot 5 \begin{cases} y = 15 \\ x = 9 \end{cases} \\ x + y &= 15 + 9 = \boxed{24} \end{aligned}$$

**Resposta da questão 18:** [C]

Se  $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = \frac{10}{3}$ , com  $a > 0$ , então

$$\left(a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}\right)^2 = \left(\frac{10}{3}\right)^2 \rightarrow a + a^{-1} = \frac{100}{9} - 2 \rightarrow a + a^{-1} = \frac{82}{9}$$

**Resposta da questão 19:** [B]

$$\begin{aligned} & \Rightarrow \frac{a^4 + a^3b - ab^3 - b^4}{a^2 - b^2} = \frac{a^3(a+b) - b^3(a+b)}{(a+b)(a-b)} \\ & \Rightarrow \frac{(a+b)(a^3 - b^3)}{(a+b)(a-b)} = \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{(a-b)} \\ & \Rightarrow (a^2 + ab + b^2) \end{aligned}$$

**Resposta da questão 20:** [A]

$$\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} = 8 \\ \sqrt{(x+y)(x-y)} = 15 \end{cases}$$

Elevando ao quadrado a primeira equação, temos:

$$(\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y})^2 = 8^2$$

$$x + y + 2 \cdot \sqrt{(x+y)(x-y)} + x - y = 64$$

$$2x + 2 \cdot 15 = 64 \rightarrow 2x = 34$$