

Resposta da questão 1: [D]

Após 2 horas, teremos:

$$3 \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{2t} \Rightarrow e^{2t} = 3$$

Após 6 horas, teremos:

$$N(6) = N_0 \cdot e^{6t} = N_0 \cdot (e^{2t})^3 = N_0 \cdot (3)^3 = 27 \cdot N_0$$

Portanto, a resposta correta será a alternativa [D], 27 vezes.

Resposta da questão 2: [E]

Seja k o índice de visitas ao site S . Desse modo, temos $4^k = 2 \cdot 4^6 \Leftrightarrow 4^k = 4^{0,5} \cdot 4^6 \Leftrightarrow 4^k = 4^{6,5}$.

A resposta é $k = 6,5$.

Resposta da questão 3: [B]

Vamos determinar t de modo que $N(t)$ seja 678, resolvendo a equação abaixo:

$$9^t - 2 \cdot 3^t + 3 = 678$$

$$(3^t)^2 - 2 \cdot 3^t - 675 = 0$$

$$3^t = \frac{-(-2) \pm \sqrt{2704}}{2 \cdot 1}$$

$$3^t = 27 \Rightarrow 3^t = 3$$

ou

$$3^t = -25 \text{ (não convém)}$$

Resposta da questão 4: [D]

Do enunciado, o número de grãos a ser entregue pela vigésima casa seria $2^{20} = 1.048.576$ de grãos.

$$1.000.000 < 1.048.576 < 10.000.000$$

Assim, o número de grãos a ser entregue pela vigésima casa seria maior que 1.000.000 e menor que 10.000.000.

Resposta da questão 5: [E]

Para

$$t = ? \Rightarrow P(t) = 3P(0)$$

$$P(0) = 250 \cdot (1,2)^{\frac{0}{5}} \Rightarrow P(0) = 250$$

Logo,

$$P(t) = 3P(0) \Rightarrow 250 \cdot (1,2)^{\frac{t}{5}} = 3 \times 250 \Rightarrow (1,2)^{\frac{t}{5}} = 3$$

Aplicando logaritmos, temos:

$$\Rightarrow \log(1,2)^{\frac{t}{5}} = \log 3$$

$$\Rightarrow \frac{t}{5} \log\left(\frac{12}{10}\right) = \log 3$$

$$\Rightarrow \frac{t}{5} (\log 12 - \log 10) = \log 3$$

$$\Rightarrow \frac{t}{5} (2\log 2 + \log 3 - \log 10) = \log 3$$

$$\Rightarrow \frac{t}{5} (2 \times (0,3) + 0,48 - 1) = 0,48$$

$$\Rightarrow \frac{t}{5} (0,08) = 0,48 \Rightarrow t = 30 \text{ anos}$$

Resposta da questão 6: [B]

Sendo $y(0) = 0,5$, temos

$$a^{0-1} = 0,5 \Leftrightarrow a = 2.$$

Assim, queremos calcular o valor de t para o qual se tem $y(t) = 0,5 + 7,5 = 8$, ou seja, $2^{t-1} = 8 \Leftrightarrow t = 4$.

Resposta da questão 7: [B]

Segundo a análise feita, o único gráfico que possui concavidade apenas para cima, ou seja, aceleração positiva, e apresenta velocidade crescente de leitura das páginas é o da alternativa [B].

Resposta da questão 8: [B]

$$Q(t) = 0,9 \cdot Q_0$$

$$0,9 \cdot Q_0 = Q_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{2}}\right) \rightarrow e^{-\frac{t}{2}} = 10 \rightarrow \ln 10 = \frac{t}{2} \rightarrow t = \ln(10)^2$$

Resposta da questão 9: [E]

Seja $M: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ a função cuja lei é $M(t) = M_0 \cdot (0,6)^t$, em que $M(t)$ é a memória que resta no computador t minutos após o início da infecção.

Após um dia, ou seja, 1440 minutos, da ativação do vírus, a memória íntegra será igual a

$$M(1440) = M_0 \cdot 0,6^{1440} \approx 0.$$

Portanto, após um dia, aproximadamente 100% da memória do computador terá sido destruída.

Resposta da questão 10: [E]

$$\frac{18^n \cdot 4}{2 \cdot (6^n \cdot 3^n)} = \frac{18^n \cdot 4}{2 \cdot (6 \cdot 3)^n} = \frac{4}{2} = 2$$

Resposta da questão 11: [C]

O maior produto possível para os dois números escolhidos será: $5^8 \cdot 4^7 \cdot (5^8 \cdot 4^7 - 1) = 5^{16} \cdot 4^{14} - 5^8 \cdot 4^7$

Portanto, o número de dígitos necessários será o número de algarismos de

$$5^{16} \cdot 4^{14} = 5^{16} \cdot (2^2)^{14} = 5^{16} \cdot 2^{28} = (5 \cdot 2)^{16} \cdot 2^{12} = 4096 \cdot 10^{16}, \text{ ou}$$

seja, um número com $4 + 16 = 20$ dígitos.

Resposta da questão 12: [B]

$$43\,000\,000 = 43 \times 10^6 = 4,3 \times 10^7$$

$$0,00000005 = 5 / 100\,000\,000 = 5 \times 10^{-8}$$

Resposta da questão 13: [E]

Tomando um quadro qualquer, e sendo ζ o número da célula central nesse quadro, é fácil ver que os números das outras duas células são $\zeta - 1$ e $\zeta + 1$. Portanto,

se $\zeta = 2^{2013}$, então

$$\begin{aligned} (\zeta - 1)(\zeta + 1) &= \zeta^2 - 1 \\ &= (2^{2013})^2 - 1 \\ &= 2^{4026} - 1. \end{aligned}$$

Resposta da questão 14: [D]

Do gráfico, temos $(0, 10) \Leftrightarrow 10 = k \cdot 2^{a \cdot 0} \Leftrightarrow k = 10$

$$(2, 20) \Leftrightarrow 20 = 10 \cdot 2^{a \cdot 2} \Leftrightarrow 2 = 2^{2a} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}.$$

Logo, $N(t) = 10 \cdot 2^{\frac{t}{2}}$ e, portanto, se o modelo estiver correto, o aumento na quantidade de micro-organismos entre $t = 4$ e $t = 8$ horas deve ter sido de $N(8) - N(4) = 160 - 40 = 120.000$.

Resposta da questão 15: [B]

De acordo com as informações,

$$\text{vem } \frac{N_0}{4} = N_0 \cdot 2^{k \cdot 10} \Leftrightarrow 2^{10k} = 2^{-2} \Leftrightarrow k = -5^{-1}.$$

Resposta da questão 16: [E]

Sejam P_{0A} , P_{0B} e P_{0C} , respectivamente, as populações iniciais das espécies A, B e C.

De acordo com as informações do enunciado temos:

$$P_A(t) = P_{0A} \cdot (1,2)^t, \quad P_B(t) = P_{0B} + 100 \cdot t \quad \text{e} \quad P_C(t) = P_{0C},$$

em que $P_A(t)$, $P_B(t)$ e $P_C(t)$ indicam a população das espécies A, B e C após t anos.

Portanto, como P_A é uma função exponencial, P_B é uma função afim e P_C é uma função constante, segue que a alternativa correta é a letra (e).

Resposta da questão 17: [B]

$$7782 = 6 + 6 \cdot 36^n = \frac{7782 - 6}{6} \Leftrightarrow 36^n = 1296 \Leftrightarrow 36^n = 36^2 \Leftrightarrow n = 2$$

Resposta da questão 18: [A]

$$2^x - 1 = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$2^x - 1 = \frac{6}{2^x}$$

Para $2^x = y$, temos:

$$y - 1 = \frac{6}{y}$$

$$y^2 - y - 6 = 0$$

$$y = -2 \text{ ou } y = 3$$

$$2^x = 3$$

$$x = \log_2 3 = \frac{\log 3}{\log 2} = \frac{0,4}{0,3} = 1,333 \text{ ton} = 1333 \text{ kg}$$

Resposta da questão 19: [D]

$$P = 64000 \cdot (1 - 2^{-0,1t})$$

$$P = 64000 \cdot (1 - 2^{-0,1t}) > 63000$$

$$(1 - 2^{-0,1t}) > \frac{63000}{64000} \rightarrow -2^{-0,1t} > -\frac{1}{64} \rightarrow 2^{-0,1t} < 2^{-6}$$

$$-0,1t < -6 \rightarrow t > 60$$

Resposta da questão 20: [C]

Determinando $m_0 = c \cdot a^{-k \cdot 0} \Leftrightarrow m_0 = c$

Como em 10 anos m_0 foi reduzido para $0,2 m_0$, temos:

$$0,2 \cdot m_0 = m_0 \cdot a^{-10k}$$

$$a^{-10k} = \frac{1}{5}$$

Em 10 anos:

$$M(20) = m_0 \cdot a^{-20 \cdot k} = m_0 \cdot (a^{-10k})^2 = m_0 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 = 0,04 \cdot m_0$$

Correspondendo a 4% de m_0 .