

Resposta da questão 1: [A]

Se $S = 2^n - 1$ e $P = 2^{n-1} \cdot S$, então

$$P = 2^{n-1} \cdot S = 2^{n-1} \cdot (2^n - 1) = \frac{2^{2n}}{2} - \frac{2^n}{2}.$$

Ademais, sendo 496 um número perfeito, temos

$$\frac{2^{2n}}{2} - \frac{2^n}{2} = 496 \Rightarrow \left(2^n - \frac{1}{2}\right)^2 = 992 + \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \left(2^n - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3969}{4} \Rightarrow 2^n = \frac{63}{2} + \frac{1}{2} \Rightarrow n = 5.$$

Em consequência, vem $S = 2^5 - 1 = 31$.

Resposta da questão 2: [E]

Como os números naturais também podem ser inteiros, e todas as opções dadas na questão são de união, a única alternativa correta é a que define o conjunto dos números reais como a união dos números racionais e irracionais ($\mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$).

Resposta da questão 3: [A]

$$0,3121212\dots = 0,3 + 0,0121212\dots = 0,3 + \frac{1}{10} \cdot 0,121212\dots$$

$$= \frac{3}{10} + \frac{1}{10} \cdot \frac{12}{99} = \frac{3}{10} + \frac{1}{10} \cdot \frac{4}{33} = \frac{99 + 4}{330} = \frac{103}{330}.$$

Portanto, o índice revela que as quantidades relativas de admiradores do estudante e pessoas que visitam seu perfil são 103 em cada 330.

Resposta da questão 4: [B]

$$\begin{aligned} \text{Total de elementos do conjunto } A &: 10^{12} \\ \text{Total de quad. perfeitos em } A &(1^2, 2^2, 3^2, \dots, (10^6)^2) : 10^6 \\ \text{Total de cubos perfeitos em } A &(1^3, 2^3, 3^3, \dots, (10^4)^3) : 10^4 \\ \text{Total de quad. e cub. Perf. em } A &(1^6, 2^6, 3^6, \dots, (10^2)^6) : 10^2 \\ \text{Total de não cub. e não quad. em } A &: 10^{12} - 10^6 - 10^4 + 10^2 \end{aligned}$$

Resposta da questão 5: [D]**Resposta da questão 6:** [B]

$$3888 = 2^4 \cdot 3^5$$

$$3888 \cdot N = \text{CUBO PERFEITO}$$

$$2^4 \cdot 3^5 \cdot N = 2^6 \cdot 3^6$$

$$2^2 \cdot 3^1 = N$$

$$N = 12$$

Resposta da questão 7: [D]

De acordo com as informações da questão, temos:

$$10B + A = 10A + B + 27$$

$$9B - 9A = 27$$

$$9 \cdot (B - A) = 27$$

$$B - A = 3 \Rightarrow B = A + 3$$

Se $A + B$ é um quadrado perfeito, então $A + A + 3 = 2A + 3$ também é um quadrado perfeito. Fazendo $A = 3$ chega-se em 9 que é um quadrado perfeito.

Logo, $A = 3$ e $B = 6$.

Resposta da questão 8: [B]

Da equação $(x-1) \cdot (x+3) \cdot (x+4) = 0$, temos:

$$x-1=0 \text{ ou } x+3=0 \text{ ou } x+4=0, \text{ ou seja, } x=1 \text{ ou } x=-3 \text{ ou } x=-4.$$

Assim, a equação dada apresenta três raízes inteiras distintas.

Resposta da questão 9: [D]

Tem-se que $2 \div 7 = 0,285714$, ou seja, uma dízima periódica simples de período igual a 285714. Logo, como $100 = 6 \cdot 16 + 4$, segue-se que o resultado pedido é 7.

Resposta da questão 10: [B]

O π é um número real (todo o irracional é real), logo π é complexo, ou seja, $\pi \in \mathbb{C}$.

A unidade imaginária i não é real, ou seja, $i \notin \mathbb{R}$.