

Resposta da questão 1: [B]

Seja l a medida do lado do triângulo que é oposto ao ângulo de 30° . Pela Lei dos Senos, tem-se que

$$\frac{l}{\sin 30^\circ} = 2R \Leftrightarrow l = R.$$

Resposta da questão 2: [C]

Como cada um dos triângulos laterais que formam o hexágono são triângulos isósceles, pode-se deduzir que, se seu maior ângulo é 120° , então os dois menores ângulos serão iguais a 30° .

Considerando x como sendo a base do triângulo isósceles, pela lei dos senos tem-se:

$$\frac{x}{\sin 120^\circ} = \frac{4}{\sin 30^\circ} \rightarrow \frac{x}{\sin 2 \cdot 60^\circ} = \frac{4}{\sin 30^\circ} \rightarrow \frac{x}{2 \cdot \sin 60^\circ \cdot \cos 60^\circ} = \frac{4}{\sin 30^\circ}$$

$$\frac{x}{2} = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \rightarrow x = 4\sqrt{3}$$

Assim, a área total do hexágono será igual a soma das áreas dos dois triângulos isósceles e do retângulo, ou seja:

$$S_{\text{total}} = 2 \cdot S_{\Delta} + S_{\square}$$

$$S_{\text{total}} = 2 \cdot \frac{4 \cdot 4\sqrt{3} \cdot \sin 30^\circ}{2} + 9 \cdot 4\sqrt{3} = \frac{16\sqrt{3}}{2} + 36\sqrt{3}$$

$$S_{\text{total}} = 44\sqrt{3} \rightarrow S_{\text{total}} \approx 74,8 \text{ cm}^2$$

Resposta da questão 3: [A]

O ângulo entre as direções das duas rotas é de $60^\circ + 15^\circ = 75^\circ$. Logo, desde que

$$\cos 75^\circ = \cos(30^\circ + 45^\circ)$$

$$\cos 75^\circ = \cos 30^\circ \cos 45^\circ - \sin 30^\circ \sin 45^\circ$$

$$\cos 75^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot (\sqrt{3} - 1)$$

$$\cos 75^\circ \approx \frac{1,4}{4} \cdot (1,7 - 1) \approx 0,245$$

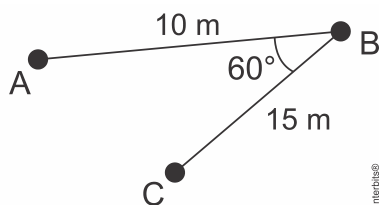
e sendo d a distância pedida, pela Lei dos Cossenos, obtemos

$$d^2 = 1^2 + 1,8^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1,8 \cdot \cos 75^\circ = 1 + 3,24 - 3,6 \cdot 0,245 = 3,358$$

o que implica em $d = \sqrt{3,358} \approx 1,8 \text{ km}$.

Resposta da questão 4: [B]

Colocando graficamente as informações dadas no enunciado:



Aplicando-se a Lei dos Cossenos, tem-se que a distância "a" entre os pontos A e C será:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$$

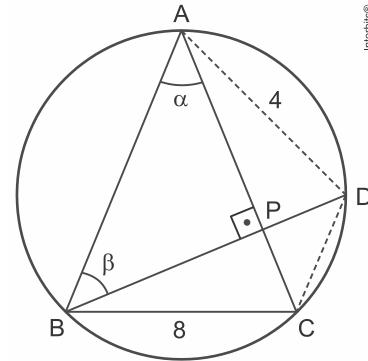
$$a^2 = 10^2 + 15^2 - 2 \cdot 10 \cdot 15 \cdot \cos 60^\circ$$

$$a^2 = 325 - 300 \cdot 0,5 \rightarrow a^2 = 175$$

$$a = \sqrt{175} = 5\sqrt{7} \text{ m}$$

Resposta da questão 5: [C]

De acordo com os dados do enunciado, temos a seguinte figura:



No ΔABC , temos: $\frac{8}{\sin \alpha} = 2R \Rightarrow \sin \alpha = \frac{8}{2R}$

No ΔABD , temos: $\frac{4}{\sin \beta} = 2R \Rightarrow \sin \beta = \frac{4}{2R}$

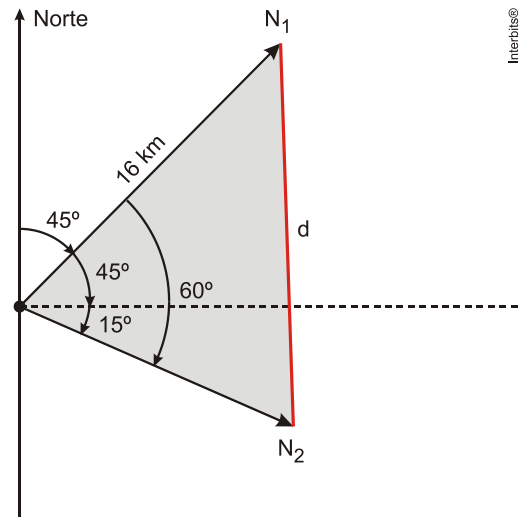
$\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \cos \alpha = \sin \beta$, temos:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\left(\frac{8}{2R}\right)^2 + \left(\frac{4}{2R}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{64+16}{4 \cdot R^2} = 1 \Rightarrow 4 \cdot R^2 = 80 \Rightarrow R^2 = 20 \Rightarrow R = 2 \cdot \sqrt{5}$$

Resposta da questão 6: [B]

Depois de uma hora de viagem o navio 1 (N_1) terá percorrido 16 km e o navio 2 (N_2) terá percorrido 6 km. Temos, então, a seguinte figura:



Sendo d a distância entre os navios, temos:

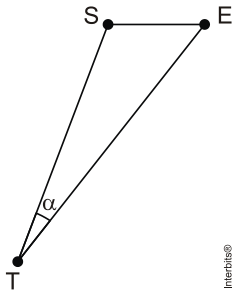
$$d^2 = 16^2 + 6^2 - 2 \cdot 16 \cdot 6 \cdot \cos 60^\circ$$

$$d^2 = 256 + 36 - 192 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$d^2 = 196$$

$$d = 14 \text{ km}$$

Resposta da questão 7: [E]



Sabendo que $\overline{ET} = 360\text{km}$, $\overline{ST} = 320\text{km}$, $\cos \alpha \approx 0,934$ e que $2^8 \cdot 3^2 \cdot 93,4 \approx 215100$, pela Lei dos Cossenos,

$$\begin{aligned} \overline{ES}^2 &= \overline{ET}^2 + \overline{ST}^2 - 2 \cdot \overline{ET} \cdot \overline{ST} \cdot \cos \alpha \Rightarrow \\ \overline{ES}^2 &= 360^2 + 320^2 - 2 \cdot 360 \cdot 320 \cdot 0,934 \Rightarrow \\ \overline{ES}^2 &= 129600 + 102400 - 2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 2^5 \cdot 93,4 \Leftrightarrow \\ \overline{ES}^2 &= 232000 - 2^8 \cdot 3^2 \cdot 93,4 \Rightarrow \\ \overline{ES}^2 &= 232000 - 215100 \Rightarrow \\ \overline{ES} &= \sqrt{16900} \Leftrightarrow \overline{ES} = 130\text{km}. \end{aligned}$$

Portanto, como $13\text{min} = \frac{13}{60}\text{h}$, temos que a velocidade média pedida é dada por $\frac{130}{\frac{13}{60}} = 600\text{km/h}$.

Resposta da questão 8: [B]

Aplicando a Lei dos Cossenos, obtemos

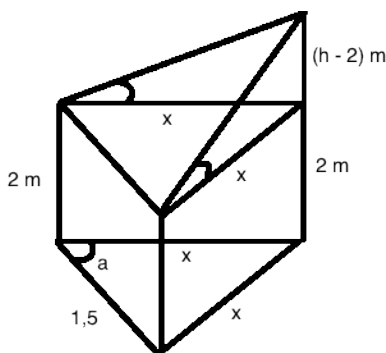
$$\begin{aligned} \overline{BC}^2 &= \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \cos \widehat{BAC} \Leftrightarrow \\ \overline{BC}^2 &= 36^2 + 24^2 - 2 \cdot 36 \cdot 24 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{BC}^2 &= 1296 + 576 + 864 \Rightarrow \\ \overline{BC} &= \sqrt{2736} = 12\sqrt{19}\text{km}. \end{aligned}$$

Resposta da questão 9: [A]

$$\begin{aligned} \frac{d}{\sin 135^\circ} &= \frac{50}{\sin 30^\circ} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 50 &= d \cdot \frac{1}{2} \\ d &= 50\sqrt{2}\text{ m} \end{aligned}$$

Resposta da questão 10: [B]

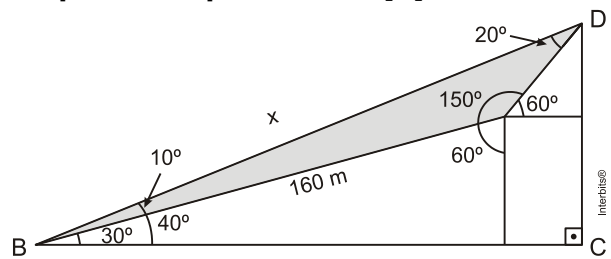


$$\begin{aligned} x^2 &= x^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{3}{2} \cdot \cos \alpha \\ x \cdot 3 \cdot \cos \alpha &= \frac{9}{4} \\ x \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} &= \frac{9}{4} \\ x &= \sqrt{3}\text{ cm} \\ \text{tg} 30^\circ &= \frac{x}{h-2} = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \frac{\sqrt{3}}{h-2} &= \frac{\sqrt{3}}{3} \\ h &= 3\text{ cm} \end{aligned}$$

Resposta da questão 11: [A]

$$\begin{aligned} d^2 &= 8^2 + 8^2 - 2 \cdot 8 \cdot 8 \cdot \cos 120^\circ \\ d^2 &= 8^2 + 8^2 - 2 \cdot 8^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \\ d^2 &= 3 \cdot 8^2 \\ d &= 8\sqrt{3} \end{aligned}$$

Resposta da questão 12: [B]



Aplicando o teorema dos senos no triângulo assinalado, temos:

$$\begin{aligned} \frac{x}{\sin 150^\circ} &= \frac{160}{0,342} \\ 0,342 \cdot x &= 160 \cdot \sin 150^\circ \\ 0,342x &= 80 \\ x &= 233,9 \\ &\text{Aproximadamente } 234\text{m}. \end{aligned}$$

Resposta da questão 13: [B]

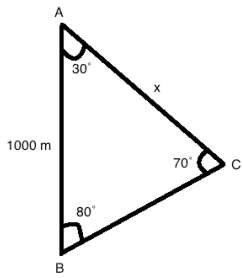
No triângulo ABC $\widehat{ABC} = 45^\circ$, aplicando o teorema dos senos, temos:

$$\frac{50}{\sin 45^\circ} = \frac{BC}{\sin 30^\circ} \Leftrightarrow BC \cdot \sqrt{2} = 50 \Leftrightarrow BC = 25\sqrt{2}$$

No triângulo BDC, temos:

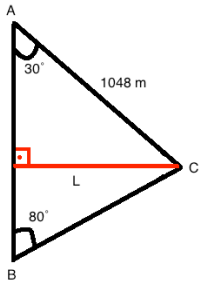
$$\sin 30^\circ = \frac{h}{25\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{25\sqrt{2}} \Leftrightarrow h = 12,5\sqrt{2}$$

Resposta da questão 14: [A]



$$\frac{x}{\sin 80^\circ} = \frac{1000}{\sin 70^\circ}$$

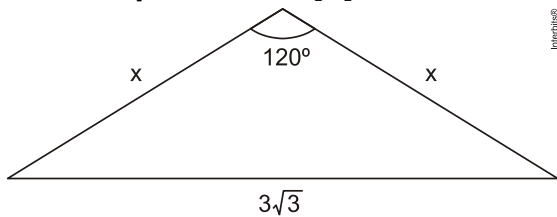
$$x = 1048 \text{ m}$$



$$\sin 30^\circ = \frac{L}{1048}$$

$$L = 524 \text{ m}$$

Resposta da questão 15: [A]



Aplicando o teorema dos cossenos, temos:

$$(3\sqrt{3})^2 = x^2 + x^2 - 2 \cdot x \cdot x \cdot \cos 120^\circ$$

$$27 = 2x^2 - 2x^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$27 = 3x^2$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

Logo, a medida dos lados congruentes desse triângulo, em centímetros, é 3 cm.

Resposta da questão 16: [B]

Como $\overline{EF} = \overline{FA} = \overline{AQ} = \overline{QC} = 1\text{dm}$, basta calcularmos \overline{CE} .

Sabendo que $\widehat{CDE} = 120^\circ$ e $\overline{CD} = \overline{DE} = 1\text{dm}$, pela Lei dos Cossenos, obtemos

$$\overline{CE}^2 = \overline{CD}^2 + \overline{DE}^2 - 2 \cdot \overline{CD} \cdot \overline{DE} \cdot \cos \widehat{CDE}$$

$$\overline{CE}^2 = 1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 3.$$

Portanto, $\overline{CE} = \sqrt{3} \text{ dm}$ e o resultado pedido é

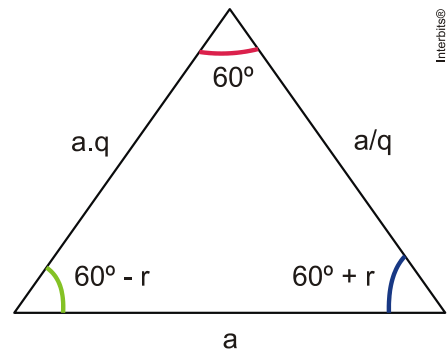
$$\overline{EF} + \overline{FA} + \overline{AQ} + \overline{QC} + \overline{CE} = (4 + \sqrt{3}) \text{ dm}.$$

Resposta da questão 17: [C]

Os ângulos internos deste triângulo poderão ser representados por $x - r$, x , $x + r$.

$$\text{Somando } x - r + x + x + r = 180^\circ \Rightarrow x = 60^\circ.$$

Escrevendo os lados em P.G., temos a seguinte figura:



Aplicando, agora, o teorema dos cossenos no triângulo acima, temos:

$$a^2 = (a \cdot q)^2 + \left(\frac{a}{q}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot q \cdot \frac{a}{q} \cdot \frac{1}{2}$$

Dividindo ambos os membros da equação por a^2 , temos:

$$1 = q^2 + \frac{1}{q^2} - 1 \quad (\cdot q^2)$$

$$q^4 - 2q^2 + 1 = 0$$

$$(q^2 - 1)^2 = 0$$

$$q^2 - 1 = 0$$

$$q = 1$$

Logo, o triângulo é equilátero de lados a , a e a . E o triângulo equilátero jamais será obtusângulo.