

Resposta da questão 1: [B]

Calculando:

$$C_0 = 15$$

$$8 \text{ dias} \Rightarrow n = 2$$

$$C(1) = 15 \cdot q$$

$$C(2) = 15 \cdot q^2$$

$$15 \cdot q^2 + 15 \cdot q + 15 = 195 \Rightarrow q^2 + q - 12 = 0$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot -12 = 49$$

$$q = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2} \Rightarrow \begin{cases} q = -4 \text{ (não convém)} \\ q = 3 \end{cases}$$

Resposta da questão 2: [A]

Seja q a taxa de decrescimento. Logo, tem-se que

$$32000 = 50000 \cdot q^2 \Leftrightarrow q^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow q = \frac{4}{5}$$

A resposta é $32000 \cdot \frac{4}{5} = \text{R\$ } 25.600,00$.

Resposta da questão 3: [C]

O número de inscritos no canal de Dudu cresce em Progressão Geométrica de razão 2.

Para solucionar a questão devemos considerar a soma dos 10 primeiros termos das P.G. abaixo:

(5, 10, 20, 40, 80, ...)

$$S_{10} = \frac{5 \cdot (2^{10} - 1)}{2 - 1} = 5115 \text{ inscritos.}$$

Resposta da questão 4: [B]

Considerando que a quantidade de medicamento se reduz à metade a cada 3 horas, podemos

Elaborar a seguinte tabela:

Horário	Quantidade do fármaco
8h	60 mg
11h	30 mg
14h	15 mg
17h	7,5 mg
20h	3,75 mg
23h	1,875 mg

Resposta da questão 5: [E]

O resultado é dado por $\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{2^{a_{n+1}}}{2^{a_n}} = \frac{2^{3(n+1)+5}}{2^{3n+5}} = 2^3 = 8$.

Resposta da questão 6: [A]

PG \rightarrow 81, 45, 25

$$q = \frac{45}{81} = \frac{5}{9}$$

$$a_5 = 81 \cdot \left(\frac{5}{9}\right)^4 = \frac{625}{81}$$

Resposta da questão 7: [C]

A resposta é $100 \cdot (0,97)^2 = 94,09\text{kg}$.

Resposta da questão 8: [D]

Como os termos decrescem de dois em dois temos uma progressão de primeiro termo igual a 20 e razão -2 logo, temos uma progressão aritmética decrescente.

Resposta da questão 9: [E]

Considerando que os triângulos são todos semelhantes, os perímetros formam uma PG de razão $\frac{1}{2}$. A soma dos infinitos termos desta PG será dada por:

$$S_{\infty} = \frac{3}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 6$$

Resposta da questão 10: [D]

A temperatura, T , da liga após t horas é dada por $T = 3.000 \cdot (0,99)^{2t}$. Por conseguinte, o tempo necessário para que a temperatura da liga atinja 30°C é tal que

$$3.000 \cdot (0,99)^{2t} = 30 \Leftrightarrow \left(\frac{3^2 \cdot 11}{10^2}\right)^{2t} = \frac{1}{100}$$

$$\Leftrightarrow \log\left(\frac{3^2 \cdot 11}{10^2}\right)^{2t} = \log 10^{-2} \Leftrightarrow 2t \cdot (2 \cdot \log 3 + \log 11 - 2 \cdot \log 10) = -2$$

$$\Rightarrow t \cdot (2 \cdot 0,477 + 1,041 - 2) \cong -1 \Rightarrow t \cong \frac{1}{0,005} \Rightarrow t \cong 200$$

Resposta da questão 11: [E]

Sabemos que para $t = 1$ se tem $V = 4,5$. Logo, o valor de k é tal que $4,5 = 3 \cdot k \Leftrightarrow k = 1,5$.

Portanto, o número de unidades vendidas, em milhões, no mês de março, é dado por $V = 4,5 \cdot 1,5 = 6,75$.

Resposta da questão 12: [E]

O número de antepassados, em cada geração, constitui a progressão geométrica $(2, 2^2, 2^3, \dots, 2^{15}, \dots)$.

Assim, queremos calcular a soma dos quinze primeiros termos dessa sequência.

A resposta é dada por $2 \cdot \frac{2^{15} - 1}{2 - 1} = 2 \cdot (2^{15} - 1)$.

Resposta da questão 13: [A]

As distâncias percorridas em cada etapa constituem uma progressão geométrica de primeiro termo igual a $\frac{1}{2}$ e razão $\frac{1}{2}$. Portanto, a distância percorrida após n etapas é

dada por $\frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2^n} = \frac{2^n - 1}{2^n}$.

Resposta da questão 14: [B]

Em 2013 o valor é de 84 milhões de dólares.

Admitindo que a_n seja o valor do quadro no ano n , temos

$$a_{2013} = a_{1953} \cdot q^{60} \Rightarrow 84 \cdot 10^6 = 84 \cdot q^{60} \Rightarrow q^{60} = 10^6 \Rightarrow q^{20} = 10^2.$$

$$a_{2033} = a_{2013} \cdot q^{20} = 84 \cdot 10^6 \cdot 10^2 = 8,4 \cdot 10^9$$

Resposta da questão 15: [D]

Após a instalação do quadrado de 1 metro de lado, pode-se escrever que serão adicionados em cada uma das etapas:

$$\text{Etapa 1} \rightarrow 3 \text{ quadrados de lado} = \frac{1}{2} \rightarrow \text{Área} = \frac{1}{4} \rightarrow S_{\text{total}} = 3 \cdot \frac{1}{4} \rightarrow S_{\text{total}} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Etapa 2} \rightarrow 9 \text{ quadrados de lado} = \frac{1}{4} \rightarrow \text{Área} = \frac{1}{16} \rightarrow S_{\text{total}} = 9 \cdot \frac{1}{16} \rightarrow S_{\text{total}} = \frac{9}{16}$$

$$\text{Etapa 3} \rightarrow 27 \text{ quadrados de lado} = \frac{1}{8} \rightarrow \text{Área} = \frac{1}{64} \rightarrow S_{\text{total}} = 27 \cdot \frac{1}{64} \rightarrow S_{\text{total}} = \frac{27}{64}$$

E assim sucessivamente...

Percebe-se que as somas das áreas dos quadrados adicionados em cada uma das etapas formam um progressão geométrica de razão $3/4$. Assim, a soma das áreas dos quadrados da 7ª etapa será igual a:

$$a_7 = a_1 \cdot q^{(n-1)} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}^{(7-1)} \rightarrow a_7 = \left(\frac{3}{4}\right)^7$$

Resposta da questão 16: [B]

É fácil ver que o número de quadrados pretos que restam após a n -ésima iteração é dado por 8^n . Portanto, após a terceira iteração, o número de quadrados pretos que restam é igual a $8^3 = 512$.

Resposta da questão 17: [D]

O valor de cada uma das questões, em ordem crescente, é: $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7, 2^8$ e 2^9 .

Portanto, se um participante obteve 213 pontos, então ele acertou as questões 1, 3, 5, 7 e 8.

Resposta da questão 18: [C]

Os valores do efeito na unidade de tempo constituem a

$$\text{PG: } \left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots\right).$$

A soma dos vinte primeiros termos da sequência acima, é,

$$S_{20} = 1 \cdot \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{20} - 1}{\frac{1}{2} - 1} = 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2^{20}}\right) = 2 - \frac{1}{2^{19}} \approx 2.$$

Resposta da questão 19: [B]

As áreas dos círculos delimitados por essas

$$\text{circunferências constituem a PG: } \left(8, 2, \frac{1}{4}, \dots\right).$$

A soma dos infinitos termos da sequência acima, é,

$$S_{\infty} = \frac{8\pi}{1 - \frac{1}{4}} = 8\pi \cdot \frac{4}{3} = \frac{32\pi}{3} \text{ cm}^2$$

Resposta da questão 20: [B]

$$S_4 = \frac{36 \cdot (3^4 - 1)}{3 - 1} = 1440.$$

$$\text{Média} = \frac{1440 + 8 \cdot 12}{12} = 128$$

Resposta da questão 21: [D]