

Lógico Cursos Aliados
I Simulado Geral 2011
Expectativa de Resposta (3º Dia)
Matemática

01.

O gráfico de uma função quadrática $f(x)$ tem as seguintes características:

- O vértice é o ponto $(4, -1)$.
- Intercepta o eixo das abscissas no ponto $(5, 0)$.

Encontre o ponto de intersecção do gráfico com o eixo das ordenadas.

Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a função quadrática definida por $f(x) = a(x - p)^2 + q$, em que (p, q) é o vértice do gráfico de f .

Logo,

$$f(5) = a(5 - 4)^2 + (-1)$$

$$0 = a - 1 \Rightarrow a = 1.$$

Assim, como $(p, q) = (4, -1)$, segue que $f(x) = (x - 4)^2 - 1$.

O ponto de intersecção do gráfico de f com o eixo das ordenadas é dado por:

$$f(0) = (0 - 4)^2 - 1 = 16 - 1 = 15 \Rightarrow (0, 15).$$

02.

Em um depósito há caixas grandes e pequenas. Cada caixa grande pesa 70kg, e cada caixa pequena pesa 40kg. Sabe-se que 70% das caixas são grandes e 30% são pequenas.

a) Qual é o peso médio dessas caixas?

b) Se há no depósito 40 caixas distribuídas como descrito acima, e se essas caixas devem ser transportadas por um elevador que pode transportar, no máximo, 360kg, determine quantas viagens, no mínimo, serão necessárias para transportar todas as caixas. Justifique.

$$\text{a) Peso médio} = \frac{P_1 \cdot N_1 + P_2 \cdot N_2}{P_1 + P_2} = \frac{70 \times 70 + 40 \times 30}{100} = \frac{4900 + 1200}{100} = \frac{6100}{100}$$

Peso médio = 61kg.

b) $0,7 \cdot 40 = 28$ caixas grandes

$0,3 \cdot 40 = 12$ caixas pequenas

$$28 \cdot 70 + 12 \cdot 40 = 2.440 \text{ kg}$$

ou

$$40 \cdot 61 \text{ kg} = 2.440 \text{ kg}$$

Observando que $6 < 2.440/360 < 7$, talvez seja possível efetuar o transporte em 7 viagens.

De fato, pois $4 \cdot 70 + 2 \cdot 40 = 360$ kg e, desse modo, serão necessárias seis viagens levando 4 caixas grandes e 2 pequenas, e uma viagem levando 4 caixas grandes ($2.440 = 6 \cdot 360 + 280$).

03.

Devido ao aquecimento das águas, a ocorrência de furacões das categorias 4 e 5 - os mais intensos da escala Saffir-Simpson - dobrou nos últimos 35 anos (Veja, 21.06.2006). Seja x o número de furacões dessas categorias, ocorridos no período 1971-2005. Vamos supor que a quantidade de furacões a cada 35 anos continue dobrando em relação aos 35 anos anteriores, isto é, de 2006 a 2040 ocorrerão $2x$ furacões, de 2041 a 2075 ocorrerão $4x$ furacões, e assim por diante. Baseado nesta suposição, determine, em função de x , o número total de furacões que terão ocorrido no período de 1971 a 2320.

• Entre 1971 e 2320 teremos $\frac{2320-1971+1}{35} = 10$ períodos.

• Então, o número de furacões ocorridos no período 1971 a 2320 será dado pela soma dos termos de uma PG de 10 termos, com 1º termo igual a X e razão 2:

$$S_{10} = \frac{x \cdot (2^{10} - 1)}{2 - 1} = X \cdot (1024 - 1) = 1023X$$

O número total de furacões em função de x é $1023x$.

04.

Para certo modelo de computadores produzidos por uma empresa, o percentual dos processadores que apresentam falhas após T anos de uso é dado pela seguinte função:

$$P(T) = 100(1 - 2^{-0,1T})$$

Em quanto tempo 75% dos processadores de um lote desse modelo de computadores terão apresentado falhas?

Queremos calcular T , de modo que $P(T) = 75$. Logo,

$$P(T) = 75 \Leftrightarrow 75 = 100(1 - 2^{-0,1T})$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4} = 1 - 2^{-0,1T}$$

$$\Leftrightarrow 2^{-0,1T} = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow 2^{-0,1T} = 2^{-2}$$

$$\Leftrightarrow T = 20 \text{ anos.}$$